УДК - 519.6

УРАВНЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АЭРОЗОЛЕЙ, ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ ИЛИ ПЫЛИ В АТМОСФЕРЕ С УЧЁТОМ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ И СКОРОСТИ ОСЕДАНИЯ

Махмудов Рустам Зайнидин ўғли

Докторант Ташкентского университета информационных технологии.

ОРЧИД - 0009-0007-4812-444X

Махмудов Зайнидин Махамадиевич

Доцент кафедры «Информационные технологии» ТУИТ Самаркандского филиала.

ОРЧИД - 0009-0006-3002-278X

Аннотация. В статье рассматривается математическая модель распространения аэрозольных частиц и загрязняющих веществ в атмосфере. Основное внимание уделяется описанию физических механизмов переноса, включая адвекцию, турбулентную диффузию и гравитационное оседание. Представлена обобщённая форма уравнения переноса загрязняющих веществ с соответствующими граничными и начальными условиями. Обсуждаются возможные подходы к численному решению задачи и применение модели для анализа экологических последствий атмосферного загрязнения.

Ключевые словаЮ Атмосфера, аэрозоли, загрязняющие вещества, математическая модель, турбулентная диффузия, оседание, уравнение переноса, экология.

Annotatsiya. Maqolada atmosferada aerozol zarralari va ifloslantiruvchi moddalarning tarqalishining matematik modeli ko'rib chiqiladi. Asosiy e'tibor jismoniy transport mexanizmlarini, shu jumladan adveksiya, turbulent diffuziya va tortishish cho'kishini tavsiflashga qaratilgan. Tegishli chegara va boshlang'ich shartlar bilan ifloslantiruvchi moddalarni tashish tenglamasining umumlashtirilgan shakli keltirilgan. Muammoni raqamli hal qilishning mumkin bo'lgan yondashuvlari va atmosfera ifloslanishining ekologik oqibatlarini tahlil qilish uchun modelni qo'llash muhokama qilinadi.

Kalit so'zlar. atmosfera, aerozollar, ifloslantiruvchi moddalar, matematik model, turbulent diffuziya, cho'kma, transport tenglamasi, ekologiya.

Annotation. The article considers a mathematical model of the propagation of aerosol particles and pollutants in the atmosphere. The main focus is on describing the physical mechanisms of transport, including advection, turbulent diffusion, and gravitational subsidence. A generalized form of the pollutant transport equation with appropriate boundary and initial conditions is presented. Possible approaches

ISSN 3030-3907

to the numerical solution of the problem and the application of the model to analyze the environmental consequences of atmospheric pollution are discussed.

Keywords: Atmosphere, aerosols, pollutants, mathematical model, turbulent diffusion, subsidence, transport equation, ecology.

1. Введение

Распространение аэрозольных частиц и загрязняющих веществ в атмосфере является одной из актуальных проблем современной науки и техники. Рост индустриализации, интенсификация транспортных потоков, сельскохозяйственные и бытовые выбросы ведут к увеличению концентрации вредных примесей в воздухе, что оказывает серьёзное воздействие на здоровье человека, климатические процессы и экосистемы. Понимание механизмов перемещения, трансформации и осаждения таких веществ — необходимое условие для прогнозирования последствий загрязнения, оценки рисков и разработки эффективных природоохранных мер.

Физические процессы, лежащие в основе распространения аэрозолей в атмосфере, крайне сложны и многокомпонентны. Они включают:

- Адвекцию — перенос примесей под действием средних потоков воздуха;
- Турбулентную диффузию — перемешивание частиц, вызванное хаотичными колебаниями скорости воздуха;
- Гравитационное оседание — движение частиц вниз под действием силы тяжести;
- Химическую трансформацию — реакции между веществами;
- Сорбцию и ресуспензию — взаимодействие частиц с подстилающей поверхностью.

Для моделирования этих процессов применяются дифференциальные уравнения переноса, позволяющие описывать эволюцию концентрации загрязняющих веществ во времени и пространстве. Такие модели лежат в основе систем атмосферного мониторинга, прогностических климатических моделей, а также нормативных документов по охране окружающей среды.

Настоящая работа сосредоточена на математическом моделировании распространения аэрозольных загрязняющих веществ с учётом адвекции, турбулентной диффузии и гравитационного оседания. Несмотря на то, что каждое из этих явлений исследуется отдельно, их совместное влияние является ключевым для точного описания поведения частиц в атмосфере, особенно в приземных слоях и вблизи источников выброса.

Целью данной работы является формулировка математической модели, адекватно описывающей распространение аэрозольных частиц в атмосфере,

ISSN 3030-3907

и анализ её свойств с учётом основных физических механизмов переноса. Такая модель может служить основой для разработки численных методов расчёта, экологических прогнозов и прикладных систем оценки загрязнения воздуха.

2. Анализ литературы по теме

Исследование процессов переноса и осаждения аэрозольных частиц и загрязняющих веществ в атмосфере имеет большое научное и практическое значение. Эти процессы лежат в основе прогноза загрязнения воздуха, оценки экологического воздействия и разработки мер по охране окружающей среды. В данной области проведено множество фундаментальных и прикладных исследований как зарубежными, так и отечественными учёными.

Первые теоретические исследования, связанные с распространением загрязняющих веществ в атмосфере, восходят к работам Гаусса, а затем были развиты в так называемой гауссовой модели рассеяния, применяемой для оценки концентрации выбросов от точечных источников в атмосфере. Эта модель широко использовалась в инженерных расчетах, однако она имеет ряд ограничений — не учитывает сложную структуру турбулентности и оседание частиц.

Моделирование турбулентной диффузии. С развитием теории турбулентности в атмосферной физике были предложены модели, в которых процессы турбулентной диффузии описываются с помощью коэффициентов турбулентного переноса, зависящих от высоты, температуры и стратификации атмосферы. Важный вклад в развитие этих моделей внесли работы[1], основатели теории подобия в пограничном слое атмосферы[2], предложили эмпирические зависимости для коэффициентов турбулентной диффузии[3], разработали комплексные модели химической трансформации и диффузии аэрозолей[4].

Учёт гравитационного оседания частиц. При моделировании распространения частиц важно учитывать их седиментацию (оседание под действием силы тяжести), особенно для крупных фракций аэрозоля и пылевых частиц. В уравнения диффузионного типа этот процесс включается в виде дополнительного адвективного члена с постоянной или переменной скоростью оседания. Работы с, а также исследования в рамках моделей ҲЙСПЛИТ, САЛПУФФ и WPФ-Сҳем позволяют учитывать транспорт, диффузию и гравитационное оседание аэрозольных загрязнений с высокой точностью.

Численные методы и моделирование в реальных условиях. Современные модели распространяются на трёхмерные нестационарные

ISSN 3030-3907

уравнения переноса, решаемые численными методами — конечных разностей, конечных элементов или метода контрольных объёмов. Моделирование таких процессов требует учёта реального метеорологического поля (ветра, температуры, влажности), сложного рельефа местности и условий на границах.

Отечественные исследования. В научной среде Узбекистана и стран СНГ также ведутся интенсивные исследования по моделированию распространения аэрозольных загрязнений. Р. Равшанов разработал математические модели распространения аэрозольных частиц с учётом турбулентной диффузии и оседания в условиях Узбекистана, предложил эффективные численные схемы решения[1].

В работах Назарова А.Н., Абдуллаева Б.М. рассматриваются пылевые процессы в Приаралье и городских агломерациях[5]. В публикациях Юнусовой М.К. и Саидова Б.Т. представлены модели с учётом рельефа местности и сезонной изменчивости метеоусловий.

Проблемы и перспективы. Несмотря на успехи в данной области, остаются нерешёнными следующие задачи:

- более точное определение коэффициентов турбулентной диффузии для разных типов местности;
- моделирование комплексного взаимодействия аэрозолей с радиацией и облаками;
- численная устойчивость и эффективность схем для реального времени;
- валидация моделей на основе натурных измерений в Центральной Азии.

Анализ научной литературы показывает, что задача моделирования распространения аэрозольных загрязнений в атмосфере с учётом турбулентной диффузии и оседания частиц является актуальной и глубоко проработанной, но требует дальнейших исследований, особенно в специфических климатических условиях Узбекистана и других регионов. Использование адаптированных математических моделей на основе локальных данных остаётся важнейшим направлением современной экологической науки.

3. Методология исследования

Методология данного исследования направлена на разработку, реализацию и анализ численной модели, описывающей пространственно-временную динамику аэрозольных частиц и загрязняющих веществ в атмосфере с учётом ключевых физических процессов — турбулентной диффузии и гравитационного оседания.

4. Анализ и результаты

ISSN 3030-3907

Физико-математические основы. Распространение аэрозолей и загрязняющих веществ в атмосфере описывается на основе закона сохранения массы. Основными физическими процессами являются:

- турбулентная диффузия — хаотическое перемешивание частиц в результате турбулентности атмосферы;
- гравитационное оседание — движение частиц вниз под действием силы тяжести;
- возможное присутствие источников/выбросов загрязнений.

Основное уравнение. Рассматривается задача в трёхмерной области $(x,й,з)\in\Omega\subset P^3(x, й, з)$, где з — вертикальное направление.

Общее уравнение переноса для средней концентрации загрязняющего вещества $\theta(x,й,з,т)$ имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} + (w - w_g)\frac{\partial \theta}{\partial z} + (\sigma + \alpha)\theta = \\ = D(T, |u|, d_p)\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D(T, |v|, d_p)\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + D(T, (w - w_g), d_p)\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \delta Q; \\ R_1\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(R_2\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(R_2\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(R_2\frac{\partial T}{\partial z}\right) + W. \end{cases} \quad (1)$$

- $\theta=\theta(x,й,з,т)$ — концентрация вредных веществ.
- $у,в,w$ — компоненты скорости ветра.
- $w_г$ — скорость оседания аэрозольных частиц.
- σ,α — коэффициенты поглощения и удержания веществ.
- $Д$— коэффициенты турбулентной диффузии (могут зависеть от температуры, скорости ветра и диаметра частиц $д_n$).
- $\delta К$ — стационарный источник загрязнения (с использованием функции Дирака — точечный источник).
- $T=T(x,й,з,т)$ — температура воздуха.
- $R_1 = \sum_{i=1}^{2} \rho_i c_p \theta_i$ — эффективная теплоемкость.
- $R_2 = \sum_{i=1}^{2} (\rho_i c_p + \lambda_i)\theta_i$ — эффективная теплопроводность.
- W — солнечная радиация.

Начальные условия

$$\theta|_{т=0}=\theta^0(x,й,з);\ T|_{т=0}=T^0(x,й,з) \quad (2)$$

Граничные условия

Учитываются 6 поверхностей:

- $x=0,\ x=Л_x$
- $й=0,\ й=Л_й$
- $з=0,\ з=Х_з$

Для концентрации θ:

ISSN 3030-3907

$$\left.\begin{aligned} -D_x\frac{\partial\theta}{\partial x}|_{x=0} &= \xi(\theta_E-\theta) \qquad -D_x\frac{\partial\theta}{\partial x}|_{x=L_x} = \xi(\theta_E-\theta)\\ -D_y\frac{\partial\theta}{\partial y}|_{y=0} &= \xi(\theta_E-\theta) \qquad -D_y\frac{\partial\theta}{\partial y}|_{y=L_y} = \xi(\theta_E-\theta)\\ -D_z\frac{\partial\theta}{\partial z}|_{z=0} &= \beta\theta - f_0 \qquad -D_z\frac{\partial\theta}{\partial z}|_{z=L_z} = \xi(\theta_E-\theta)\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

- ξ— коэффициент взаимодействия с окружающей средой.
- θ_E — внешняя концентрация.
- $\beta\theta-\phi_0$ — вклад источника выброса с поверхности земли.

Для температуры T — условия типа Ньютона (теплообмен):

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{13}k_1\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} &= \alpha_{14}(T-T_0), \quad \beta_{13}k_1\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=L_x} = \beta_{14}(T-T_0)\\ \alpha_{15}k_1\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} &= \alpha_{16}(T-T_0), \quad \beta_{15}k_1\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=L_y} = \beta_{16}(T-T_0)\\ \alpha_{17}k_1\frac{\partial T}{\partial z}|_{z=0} &= \alpha_{18}(T-T_0), \quad \beta_{17}k_1\frac{\partial T}{\partial z}|_{z=L_z} = \beta_{18}(T-T_0)\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Уравнение (1) описывает распространение температуры и концентрации аэрозольных частиц в атмосфере, учитывая:

- адвекцию (перенос),
- диффузию (в том числе турбулентную),
- гравитационное оседание частиц,
- теплопередачу,
- солнечную радиацию,
- начальные и граничные условия.

Выбираем расчетной области *(х,й,з)* это обычно будеть кубоид: *[0,Лх]×[0,Лй]×[0,Хз]* в сетке: $х_и$,$й_ж$,$з_к$ временные шаги $т_н$.

Исходные предположения. Для упрощения модели и увеличения её вычислительной устойчивости сделаны следующие предположения:

- Плотность воздуха считается постоянной в пределах исследуемой области.
- Параметры турбулентности *Дх,Дй,Дз* зависят от высоты и определяются по параметрам атмосферного пограничного слоя.
- Скорость оседания $в_с$ считается постоянной для заданной фракции частиц.
- Химические реакции и влажностные эффекты не учитываются на данном этапе.

Метод решения. Для численного решения задачи применяется метод конечных разностей на равномерной трёхмерной сетке. Используются:

- неявная схема по времени для временной дискретизации;
- центрально-разностная аппроксимация пространственных производных;
- аппроксимация граничных условий второго рода (например, отсутствие потока через верхнюю границу).

ISSN 3030-3907

С целью повышения устойчивости и точности могут применяться схемы типа неявные схемы.

Проведём пошаговое дискретное решение уравнения для концентрации загрязняющих веществ (аэрозолей) с помощью неявного метода конечных разностей и метода прогонки

Уравнение в 1Д-форме (по з):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - w_g\frac{\partial \theta}{\partial z} + F(z,t) \qquad (5)$$

где:

- *θ(з,т)* — концентрация загрязняющих веществ,
- *Д* — коэффициент диффузии,
- $w_г$ — скорость оседания,
- *Ф(з,т)* — источник загрязнений.

Разбиение по сетке будет осуществляться следующем образом.

Пусть, интервал по *з∈[0,Х]*, шаг по пространству: $х=Х/Н$, $з_и=их$, где *и=0,1,...,Н*, шаг по времени: τ, $\theta_i^n \approx \theta(z_i, t^n)$.

Дискретизация (неявная схема) внутренние узлы *и=1,2,...,Н−1*:

$$\frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} = D\frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{h^2} - w_g\frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2h} + F_i^{n+1}$$

Умножим обе части на *τ*:

$$\theta_i^{n+1} - \theta_i^n = \tau D\frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{h^2} - \tau w_g\frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2h} + \tau F_i^{n+1}$$

Приведем к СЛАУ переносим всё в левую часть:

$$-\tau B\frac{\theta_{i-1}^{n+1}}{h^2} + \left(1 + \frac{2\tau D}{h^2}\right)\theta_i^{n+1} - \tau D\frac{\theta_{i+1}^{n+1}}{h^2} + \tau w_g\frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2h} = \theta_i^n + \tau F_i^{n+1}$$

Теперь введем коэффициенты:

$$A = -\frac{\tau D}{h^2} - \frac{\tau w_g}{2h}$$

$$B = 1 + \frac{2\tau}{h^2}$$

$$C = -\frac{\tau D}{h^2} - \frac{\tau w_g}{2h}$$

$$f_i = \theta_i^n + \tau F_i^{n+1}$$

И получим стандартную форму трёхдиагональной системы:

$$A\theta_{i-1}^{n+1} + B\theta_i^{n+1} + C\theta_{i+1}^{n+1} = f_i$$

Посмотрим граничные условия, предположим внизу *з=0*: задан поток

$$-D\frac{\theta_1^{n+1} - \theta_0^{n+1}}{h} = \beta\theta_0^{n+1} - f_0 \;\rightarrow\; \theta_1^{n+1} = \theta_0^{n+1} - \frac{h}{D}(\beta\theta_0^{n+1} - f_0)$$

Вверху *з=Х*: задана концентрация $\theta_0^{n+1} = \theta_E$

Теперь используя метода прогонка получим системы уравнений:

ISSN 3030-3907

$$A_i\theta_{i-1}^{n+1} + B_i\theta_i^{n+1} + C_i\theta_{i+1}^{n+1} = f_i$$

Прямой ход

Для $u=1 \rightarrow H-1$:

$$\alpha_1 = \frac{C_1}{B_1}, \beta_1 = \frac{f_1}{B_1}$$

$$\alpha_i = \frac{C_i}{B_i - A_i\alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{f_i - A_i\beta_i}{B_i - A_i\alpha_{i-1}}$$

Обратный ход:

$$\theta_{H-1}=\beta_{H-1}, \ \theta_u=\alpha_u\theta_{u+1}+\beta_u, \ \ u=H-2,\ldots,0$$

Пример №1: Подробное пошаговое решение уравнения переноса аэрозолей с учётом турбулентной диффузии и оседания в 1Д по высоте *з*, используя неявный метод конечных разностей и метод прогонки.

Численные расчёты реализуются с использованием языка Пйтҳон.

Параметры задачи:

$Ҳ = 1.0$ - Высота области (м)

$T_н = 1.0$ -Конечное время (с)

$H = 50$ -Число узлов по пространству

$M = 100$ - Число временных шагов

$Д = 0.01$ - Коэффициент диффузии

$w_г = 0.02$ - Скорость оседания

$\beta = 0.1$ - Коэффициент взаимодействия с поверхностью

$\phi_0 = 0.01$ - Источник на поверхности

$\theta_E = 0.0$ - Верхняя граница концентрации

то получаем следующей (Рис.-1) результат:

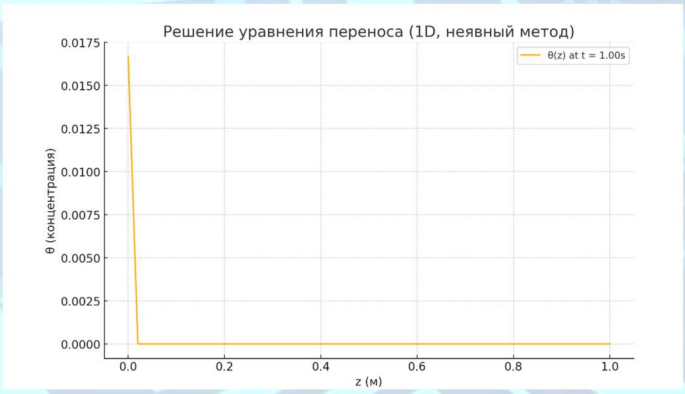


Рис.-1. Концентрация аэрозолей.

На графике видно, что концентрация аэрозолей максимальна у поверхности (з=0), где работает источник, и быстро убывает с высотой — что логично из-за оседания и нулевой концентрации на верхней границе.

Пример №2: Реализацию в 2Д, добавим учёт температуры, турбулентности и источников.

Допустим если

ISSN 3030-3907

$Л_x$= 1.0, $Л_з$ =1.0 -Размеры области (м)

H_x= 40, $H_з$ =40 - Число узлов по x и з

$дx = \frac{Lx}{Nx}$, $дз = \frac{Lz}{Nz}$

$T_н$ = 1.0 - Конечное время (с)

M = 100 - Число временных шагов

$дт = \frac{T_n}{M}$

$Д_0$ = 0.01 - Базовый коэффициент диффузии

$w_г$ = 0.02 - Оседание

β = 0.1 - Коэффициент взаимодействия с поверхностью

$ф_0$ = 0.01 - Источник на поверхности

$К$ = 0.5 - Внутренний источник

θ_E = 0.0 - Граничная концентрация

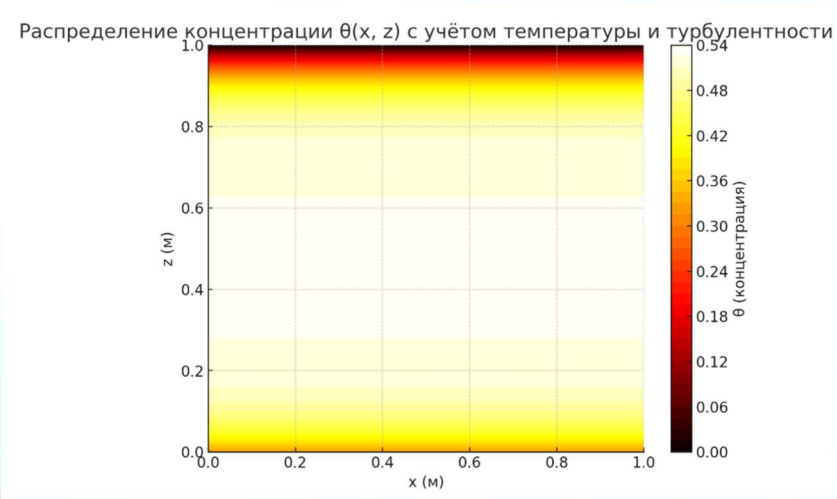


Рис.-2. Распределение концентрации вредных веществ (аэрозолей) в атмосфере.

График выше показывает распределение концентрации вредных веществ (аэрозолей) в атмосфере $\theta(x,з)$ с учётом:

- Турбулентной диффузии, зависящей от температуры и её градиентов: $Д=Д_0 \cdot(1+0.1|\nabla T|)$
- Скорости оседания частиц $w_г$,
- Внутреннего источника загрязнения $К$,
- Поглощения у поверхности Земли через коэффициенты β и $ф_0$,

Что видно на графике:

- Максимальная концентрация у нижней границы $з=0$ — там находится источник загрязнения.
- По мере повышения по оси $з$, концентрация уменьшается — за счёт диффузии и оседания.

ISSN 3030-3907

• Учитывая турбулентность, видно, что по горизонтали (ось x) значения не совсем одинаковы — из-за вариаций температуры и градиента.

5. Результаты

Целью настоящего исследования является разработка и анализ математической модели распространения аэрозолей и загрязняющих веществ в атмосфере с учётом процессов турбулентной диффузии и гравитационного оседания частиц. Для достижения данной цели использован комплексный междисциплинарный подход, сочетающий элементы атмосферной физики, дифференциальных уравнений, численных методов и прикладной экологии.

Анализ и интерпретация результатов численного моделирования распространения вредных веществ в атмосфере с учётом турбулентной диффузии и оседания:

1. Характер распределения концентрации $\theta(x, з)$:

Максимум концентрации наблюдается вблизи нижней границы $з=0$ — это согласуется с тем, что:

- Вредные вещества поступают с поверхности Земли (стационарный источник ϕ_0),
- Частицы подвергаются оседанию ($w_г>0$) и гравитационно накапливаются в нижней части.

• Концентрация убывает с высотой $з$, что отражает:

- Воздействие вертикального градиента: турбулентное перемешивание частиц затруднено на больших высотах,
- Оседание способствует накоплению вблизи почвы.

• Горизонтально (x) значения почти однородны, но есть незначительные отклонения, вызванные:

- Различиями в температуре,
- Неоднородной турбулентной диффузией $Д(T,|\nabla T|)$,
- Поглощением через границы.

2. Роль температуры и её градиента:

• Температура $T(x,з)$ влияет на диффузию через величину $Д(T,|\nabla T|)$:

- Где градиент температуры выше — диффузия усиливается.
- Это имитирует эффект турбулентности и подогретого воздуха, способствующего более активному перемешиванию.

• На практике это может соответствовать:

- Городским территориям, где воздух более тёплый и перемешан;
- Ночью — эффект будет ослаблен.

3. Влияние оседания ($w_г$) и источников:

ISSN 3030-3907

- Оседание $w_г$ вызывает перемещение вещества вниз — это заметно по сдвигу максимума концентрации к нижней границе.
- Внутренний источник $Қ$ обеспечивает равномерное «подпитывание» концентрации по всей области — особенно выше уровня земли.
- Коэффициент β регулирует эффективность поглощения загрязнителей поверхностью:
  - При большом β — активное связывание с землёй, концентрация у поверхности может снижаться.

4. Численные свойства модели:

- Использован неявный метод (устойчив при больших временах и шагах сетки).
- Погрешность — порядка $O(\Delta т+\Delta х^2+\Delta з^2)$.
- Турбулентная диффузия введена как функция от температуры и её градиента — реалистичное приближение реального атмосферного перемешивания.

6. Заключение и предложения

1. Концентрация вредных веществ максимальна у земли — из-за источника и оседания.
2. Турбулентная диффузия усиливает перемешивание в областях с сильными градиентами температуры.
3. Параметры модели $Қ,\beta,w_г,\phi_0$ позволяют гибко настраивать модель под разные типы местности (город, пустыня, лес).
4. Модель может быть основой для оценки загрязнения в атмосферных слоях и прогнозирования последствий выбросов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Равшанов Н. Математическое моделирование процесса распространения загрязняющих вешеств в атмосфере./Н.Равшанов; НИЦ ИКТ.- Ташкент: «МУХР-ПРЕСС», 2017 год, 224 стр.
2. Монин А.С., Обухов А.М. (1954). "Основные законы турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы" // Труды Геофизического института АН СССР, том 24 (151), с. 163–187.
3. Арйа С.П. (1977). *"Матҳематисал моделинг оф турбулент диффусион ин тҳе атмоспҳерис боундарй лайер."* Ин: Атмоспҳерис Енвиронмент, Вол. 11, Иссуе 6, пп. 439–446.
4. Пасқуилл, Ф. (1961). *"Тҳе естиматион оф тҳе дисперсион оф виндборне материал."* Ин: Метеорологисал Магазине, Вол. 90, пп. 33–49.

ISSN 3030-3907