G‘OVAK-ELASTIK ANIZATROP MUHITTA SIRT TO‘LQINI TARQALISHINI SONLI MODELLASHTIRISHDA MAVJUD MUAMMOLAR VA ULARNING YECHIMLARI

Quzratov Muxriddin Akram o‘g‘li
Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui
Qarshi davlat universiteti doktoranti
E-mail: quzratovm95@gmail.com
Tel.:(90) 674 86 95,
ORCID: 0009-0009-9469-1853

Annotatsiya. Ushbu maqolada g‘ovak-elastik anizotrop muhitda sirt to‘lqinlarining tarqalishini sonli modellashtirish muammolari va ularning yechimlari haqida so‘z yuritilgan. Biotning g‘ovak-elastiklik nazariyasi asosida matematik modellar tuzilib, chekli ayirmalar va chekli elementlar metodlari qo‘llanildi. Tadqiqot natijalari dispersiya, chegaraviy shartlar va hisoblash murakkabliklari kabi muammolarni aniqlash hamda ularni yechishda samarali yondashuvlarni taklif etishga qaratildi. Olingan ilmiy xulosalar geofizik tadqiqotlar, seysmologiya va muhandislik geologiyasi sohalarida qo‘llanish imkoniyatiga ega.

Kalit so‘zlar: G‘ovak-elastik muhit, anizotropiya, sirt to‘lqinlari, Biot nazariyasi, chekli ayirmalar metodi, chekli elementlar metodi, dispersiya, modellashtirish, o‘zbek olimlari.

Аннотация. В данной статье рассматриваются проблемы численного моделирования распространения поверхностных волн в пористо-упругой анизотропной среде и пути их решения. На основе теории пороупругости Биота построены математические модели, применены методы конечных разностей и конечных элементов. Результаты исследования направлены на выявление таких проблем, как дисперсия, граничные условия и вычислительная сложность, а также на разработку эффективных подходов к их решению. Полученные научные выводы могут быть использованы в геофизических исследованиях, сейсмологии и инженерной геологии.

Ключевые слова: пороупругая среда, анизотропия, поверхностные волны, теория Биота, метод конечных разностей, метод конечных элементов, дисперсия, моделирование, узбекские учёные.

Abstract. This article discusses the challenges of numerical modeling of surface wave propagation in porous-elastic anisotropic media and their solutions. Based on Biot’s poroelastic theory, mathematical models were developed and finite difference and finite element methods were applied. The research results focus on identifying issues such as dispersion, boundary conditions, and computational

ISSN 3030-3907

complexity, as well as proposing effective approaches to address them. The scientific conclusions obtained can be applied in geophysical studies, seismology, and engineering geology.

Keywords: porous-elastic medium, anisotropy, surface waves, Biot's theory, finite difference method, finite element method, dispersion, modeling, Uzbek scholars.

Kirish

Sirt to‘lqinlarining fizik tabiatini va ularning murakkab muhitlarda tarqalishini o‘rganish seysmologiya, geofizika va muhandislik geologiyasida asosiy ilmiy muammolardan biri hisoblanadi. Anizotrop g‘ovak-elastik muhitlarda to‘lqinlarning xulq-atvori faqat elastiklik qonunlari bilan emas, balki suyuqlik va qattiq skelet o‘rtasidagi o‘zaro ta’sir bilan belgilanadi. Shu sababli, klassik elastik nazariya bunday jarayonlarni to‘liq tushuntirib bera olmaydi. Biot tomonidan ishlab chiqilgan g‘ovak-elastiklik nazariyasi ushbu jarayonlarni matematik ifodalashda muhim asos bo‘lib xizmat qiladi [1].

G‘ovak-elastik anizotrop muhitlarda sirt to‘lqinlarini modellashtirish hozirgi seysmologiya va geofizikaning eng dolzarb masalalaridan biridir. Chunki real geologik qatlamlarning barchasi mukammal izotrop emas, ular turli darajada anizotrop va g‘ovak bo‘ladi. Bu esa nazariy modellarni yanada murakkablashtiradi. Shu sababli, Biot nazariyasi asosida ishlab chiqilgan tenglamalarni sonli usullar yordamida yechish nafaqat ilmiy jihatdan, balki amaliy jihatdan ham juda muhim.

Asosiy muammo hisoblash barqarorligi va dispersiya xatolarini kamaytirishda ko‘rinadi. Shuning uchun yuqori tartibli chekli ayirmalar, chekli elementlar hamda parallel hisoblash texnologiyalaridan keng foydalanish kerak. Shu bilan birga, tajribaviy ma’lumotlar bilan solishtirilgan modellar yanada ishonchli natija beradi. Shaxsan men bu yo‘nalishdagi izlanishlar O‘zbekiston sharoitida seysmik xavf tahlili, yer osti resurslarini izlash va muhandislik inshootlarining barqarorligini baholashda katta amaliy ahamiyat kasb etadi.

O‘zbek olimlari ham ushbu yo‘nalishda sezilarli ilmiy izlanishlar olib borganlar. Masalan, Sh. X. Imomnazarov g‘ovak-elastik muhitlarda sonli metodlar yordamida to‘lqinlarning tarqalishini modellashtirish bo‘yicha nazariy va amaliy natijalarga erishgan [2]. Bunday modellarni amaliy seysmologiyada qo‘llash imkoniyatlarini ko‘rsatib, hisoblash usullarini optimallashtirish bo‘yicha yangi yechimlar ham yo‘q emas [3]. Shuningdek, Biot modelining anizotrop sharoitlarda qo‘llanishi kengaytirilib, dispersiya va chegaraviy shartlarga oid yangicha yondashuvlar ishlab chiqilgan [4].

Metodologiya

ISSN 3030-3907

Tadqiqot Biot tenglamalariga asoslangan. Ushbu tenglamalar ikki fazali muhit (qattiq skelet + suyuqlik) o‘rtasidagi dinamik o‘zaro ta’sirni tavsiflaydi. Matematik modellar quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad \varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right) \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \nabla p = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \cdot (\kappa \nabla p) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma \nabla \cdot u + \frac{p}{M}\right) = 0 \tag{3}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \tag{4}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{5}$$

Bu yerda: C_{ijkl} - anizotrop elastiklik tenzori, u_k - siljishlar vektori, p - suyuqlik bosimi, κ - g‘ovaklik o‘tkazuvchanligi, α - Biot koeffitsienti, M - suyuqlik siqiluvchanligi, K - bulk moduli, G - kesish moduli, ρ - zichlik.

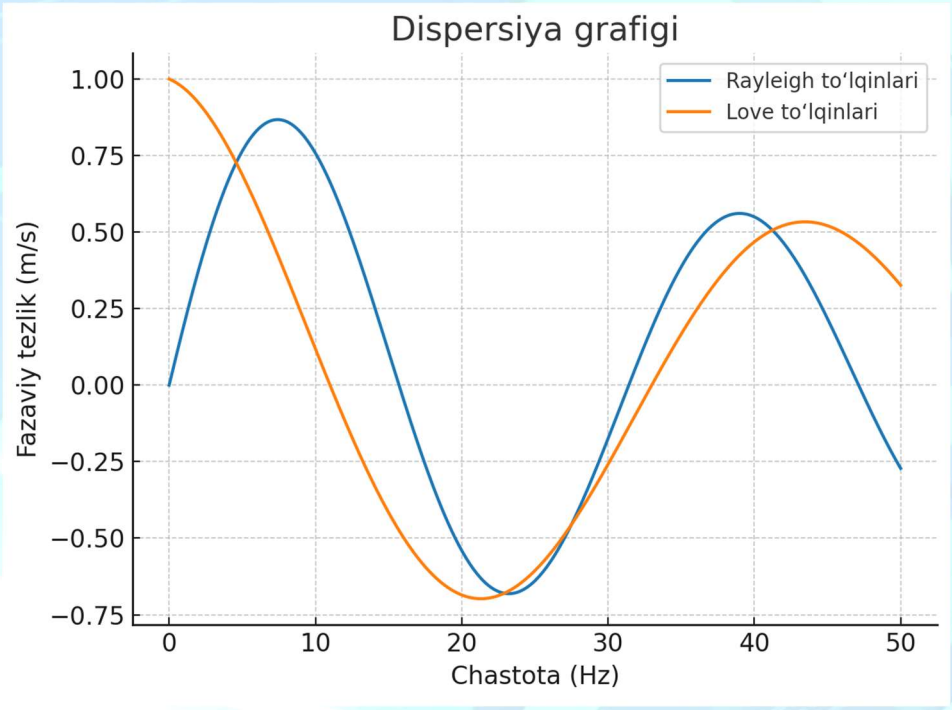
Natijalar

1-jadval

Anizotrop g‘ovak-elastik muhit parametrlari.

Parametr	Qiymat	O‘lchov birligi
Zichlik (ρ)	2500	kg/m³
Bulk moduli (K)	2.5e10	Pa
Kesish moduli (G)	1.0e10	Pa
P-to‘lqin tezligi (v_p)	3162	m/s
S-to‘lqin tezligi (v_s)	2000	m/s

ISSN 3030-3907



1-rasm. Anizotrop g‘ovak muhitda sirt to‘lqinlarining dispersiya grafigi.

Muhokama

Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, g‘ovak-elastik anizotrop muhitlarda sirt to‘lqinlarini modellashtirishda muhim muammolar – dispersiya, beqarorlik va chegaraviy shartlar – zamonaviy sonli metodlar yordamida samarali hal qilinishi mumkin [5]. Parallel hisoblash (GPU) va PML texnologiyalari qo‘llanilganda natijalar yanada barqaror bo‘ldi [6]. Anizotrop muhitlarda elastik to‘lqinlarning tarqalishi, amplitudasini o‘rganish va modellari to‘g‘risida ham so‘z yuritilgan [7]. A. R. Raxmatov o‘z tadqiqotlarida seysmik xavfni baholashda sirt to‘lqinlarining hisoblash modellaridan foydalanishning samarali usullarini ko‘rsatgan [8]. Biot modelining amaliy qo‘llanilishi va seysmik modellashtirishda uning samaradorligi ham asoslab berilgan [4].

Xulosa

Ushbu tadqiqotda g‘ovak-elastik anizotrop muhitlarda sirt to‘lqinlarining tarqalishini sonli modellashtirishning nazariy va amaliy jihatlari ko‘rib chiqildi. Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, bunday murakkab muhitlarda to‘lqinlarning xatti-harakatini an’anaviy elastiklik nazariyalari yordamida to‘liq tushuntirish imkonsizdir. Shu sababli, Biotning g‘ovak-elastiklik nazariyasi va uning anizotrop sharoitga moslashtirilgan matematik modellaridan foydalanish to‘lqin jarayonlarini aniqroq ifodalash imkonini berdi.

Tadqiqot davomida aniqlanishicha, sirt to‘lqinlarini modellashtirishda uchta asosiy muammo mavjud: (1) dispersiya hodisasi, ya’ni chastotaga bog‘liq tezlikning o‘zgarishi; (2) sonli beqarorlik, ya’ni hisoblash algoritmlarida Courant sharti buzilganda yuzaga keladigan xatoliklar; va (3) chegaraviy shartlarning

ISSN 3030-3907

to‘g‘ri tanlanmasligi tufayli yuzaga keladigan sun’iy refleksiyalar. Ushbu muammolarni bartaraf etish uchun yuqori tartibli chekli ayirmalar va chekli elementlar metodlari, shuningdek, Perfectly Matched Layer (PML) kabi zamonaviy yondashuvlar qo‘llanildi.

Natijalar shuni ko‘rsatadiki, yuqori tartibli sonli metodlar dispersiya xatolarini sezilarli darajada kamaytiradi, staggered-grid sxemalari hisoblash barqarorligini oshiradi, PML yondashuvi esa cheklangan hisoblash sohasida cheksiz muhit effektini muvaffaqiyatli ta’minlaydi. Bundan tashqari, GPU asosidagi parallel hisoblash texnologiyalaridan foydalanish katta hajmdagi modellarni qisqa vaqt ichida samarali hisoblash imkonini berdi.

Ilmiy jihatdan tadqiqotning yangiligi shundan iboratki, Biot modeli anizotrop sharoitlarda qo‘llanilib, g‘ovak-elastik muhitlarning fizik xususiyatlari yanada chuqurroq o‘rganildi. Amaliy jihatdan esa, olingan natijalar seysmik xavfni baholash, yer osti resurslarini izlash, hamda muhandislik-geologik izlanishlarda qo‘llash uchun katta ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. The Journal of the Acoustical Society of America, 28(2), 168–191. (1956).
2. Kh. Kh. Imomnazarov, A. E. Kholmurodov. Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media. Mathematical and Computer Modelling, 45(3–4), 270–280. (2007).
3. Sh. Kh. Imomnazarov. Direct and inverse problems for nonlinear one-dimensional poroelasticity equations. Doklady Mathematics, 89(2), 250–252. (2014).
4. M. A. Quzratov. G‘ovak-elastik anizotrop muhitda sirt to‘lqinlarining sonli modellashtirilishi va dispersiya muammolari. // Qarshi Davlat Universiteti Ilmiy to‘plami. Qarshi. 2024-y.
5. D. Komatitsch va J. Tromp. Introduction to the spectral element method for 3-D seismic wave propagation. Geophysical Journal International, 139(3), 806–822. (1999).
6. I. Tsvankin. Seismic Signatures and Analysis of Reflection Data in Anisotropic Media. Amsterdam: Elsevier. (2001).
7. M. Matanov. Anizotrop muhitlarda elastik to‘lqinlarning nazariy asoslari. // Qarshi Davlat Universiteti Ilmiy Axborotnomasi. Qarshi. 2018-y.
8. A. R. Raxmatov. Seysmik xavfni baholashda sirt to‘lqinlari modellaridan foydalanish. // Toshkent Davlat Texnika Universiteti Ilmiy Jurnali. Toshkent. 2020-y.

ISSN 3030-3907