SHARTLI EHTIMOLLIK YORDAMIDA FIZIKA VA TEXNIKAGA OID MASALALARNI YECHISH

Imomnazarova Nurjaxon Toktaboyevna
University of business and science matematika fani o‘qituvchisi
Boydadayev Islomjon G‘anijon o‘g‘li
University of business and science matematika fani o‘qituvchisi

Annotatsiya: Berilgan maqolada matematikaning asosiy bo‘limlaridan biri ehtimolliklar nazariyasi tushunchalari va formulalari orqali texnika va fizikaga masalalarni yechish usullari ko‘rsatib berilgan. Ehtimollar nazariyasi orqali iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilish va oldindan prognozlashtirishi haqida so‘z yuritiladi. Yechimi ko‘rsatilgan masalalar oliy ta`lim talabalariga fizikada, tibbiyot sohasida va texnikada ehtimollar nazariyasini qo‘llash orqali natijalarni oldindan prognozlashtirish yo‘llarini o‘rgatadi.

Kalit so‘zlar: ehtimollar nazariyasi, shartli ehtimollik, fizika,texnika, formula,masala,tahlil,prognoz.

Аннотация: В статье представлены методы решения задач по инженерии и физике с использованием понятий и формул теории вероятностей, одного из основных разделов математики. Рассматриваются вопросы анализа и прогнозирования экономических процессов с использованием теории вероятностей. Задачи с решениями обучают студентов высших учебных заведений прогнозированию результатов в области физики, медицины и техники с использованием теории вероятностей.

Ключевые слова: теория вероятностей, условная вероятность, физика, инженерное дело, формула, задача, анализ, прогноз.

Abstract: The article presents methods for solving problems in engineering and physics using the concepts and formulas of probability theory, one of the main branches of mathematics. It discusses the analysis and forecasting of economic processes using probability theory. The problems with solutions teach higher education students how to forecast results in physics, medicine, and engineering using probability theory.

Keywords: probability theory, conditional probability, physics, engineering, formula, problem, analysis, forecast.

Kirish

Masala 1. Yashikda 1-zavodda tayyorlangan 12 ta detal, 2-zavodda tayyorlangan 20 ta detal va 3-zavodda tayyorlangan 18 ta detal bor. 1- zavodda tayyorlangan detalning a`lo sifatli bo‘lishi ehtimoli 0,9 ga teng, 2- va 3-zavodda tayyorlangan detallarning a`lo sifatli bo‘lishi ehtimoli mos ravishda 0,6 va 0,9 ga teng. Tavakkaliga olingan detalning a`lo sifatli bo‘lishi ehtimolini toping.

ISSN 3030-3907

Masalaning yechilishi:

1- zavod 12 ta detal tayyorladi.

2- zavod 20 ta detal tayyorladi.

3- zavod 18 ta detal tayyorladi.

Jami tayyorlangan detallar

$$12 + 20 + 18 = 50$$

SHartlar:

1- Zavoddagi detal alo sifatli bo‘lish ehtimoli 0.9
2- Zavoddagi detal alo sifatli bo‘lish ehtimoli 0.6
3- Zavoddagi detal alo sifatli bo‘lish ehtimoli 0.9

Zavodlardan detalni olish ehtimoli:

1- zavod $\frac{12}{50} = 0.24$

2- zavod $\frac{20}{50} = 0.40$

3- zavod $\frac{18}{50} = 0.36$

To‘liq ehtimollik funksiyasidan foydalansak.

$$P(A) = P(Z_1) * P\left(\frac{A}{Z_1}\right) + P(Z_2) * P\left(\frac{A}{Z_2}\right) + P(Z_2) * P\left(\frac{A}{Z_2}\right)$$

Bu yerda

Z_i- detallaning qaysi zavodga tegishli ekanligi

A -detalning alo sifatli bo‘lish ehtimoli.

$$P(A) = 0.24 * 0.9 + 0.40 * 0.6 + 0.36 * 0.9 = 0.216 + 0.24 + 0.324 = 0.78$$

Demak javob: $P(A) = 0.78$

Masala 2. Ixtisoslashtirilgan kasalxonaga bemorlarning o‘rta hisobda 30% *K* kasallik bilan, 50% i *L* kasallik bilan, 20% i *M* kasallik bilan qabul qilindi. *K* kasallikni to‘liq davolash ehtimoli 0,7 ga, *L* va *M* kasalliklar uchun bu ehtimollik mos ravishda 0,8 va 0,9 ga teng. Kasalxonaga qabul qilingan bemor butunlay sog‘ayib ketganligi ma‘lum bo‘ldi. Bu bemor *K* kasallik bilan og‘rigan bo‘lishi ehtmolini toping.

Masalani yechish uchun Bayes formulasidan foydalanamiz:

ISSN 3030-3907

$$P(S) = P(K) * P\left(\frac{S}{K}\right) + P(L) * P\left(\frac{S}{L}\right) + P(M) * P\left(\frac{S}{M}\right)$$

Qabul qilingan kasallar

$$P(K) = 0.3, \qquad P(L) = 0.5, \qquad P(M) = 0.2$$

Kasallarning sog'ayish ehtimoli

$$P\left(\frac{S}{K}\right) = 0.7, \qquad P\left(\frac{S}{L}\right) = 0.8, \qquad P\left(\frac{S}{M}\right) = 0.9$$

Formula orqali

$$P(S) = 0.3 * 0.7 + 05 * 0.8 + 0.2 * 0.9 = 0.79$$

natijaga ega bo'lamiz.

K kasallik bilan kasallanganlarning sog'ayish ehtimoli:

$$P\left(\frac{K}{S}\right) = P\left(\frac{S}{K}\right) * \frac{P(K)}{P(S)} = 0.7 * \frac{0.3}{0.79} = \frac{0.21}{0.79} \approx 0.2658$$

ga ega bo'ldik . Demak javob $P\left(\frac{K}{S}\right) = 0.266$ (yani 26.6%)

Masala 3. Sexda tayyorlanadigan detallar 2 ta nazoratchi tomonidan tekshiriladi. Detallarni tekshiruvdan o'tkazish uchun birinchi nazoratchiga tushishi ehtimoli 0,6 ga, ikkinchi nazoratchiga tushishi ehtimoli 0,4 ga teng. Yaroqli detalning birinchi nazoratchi tomonidan yaroqsiz deb topilishi ehtimoli 0,06 ga, ikkinchi nazoratchi uchun esa bu ehtimollik 0,02 ga teng. Yaroqsiz deb topilgan detallar tekshirilganda ular ichidan yaroqli detal chiqib qoldi. Bu detalni birinchi nazoratchi tomonidan tekshirilgan bo'lishi ehtimolini toping.

Masalaning yechilishi:

N_1:1-nazoratchi tekshirgan,

N_2: 2-nazoratchi tekshirgan,

G: detal yaroqli edi.

D: detal yaroqsiz deb topildi.

$$P(N_1) = 0.6, \qquad P(N_2) = 0.4$$

$$P\left(\frac{D}{G, N_1}\right) = 0.06, \qquad P\left(\frac{D}{G, N_2}\right) = 0.02$$

Shart: yaroqsiz deb topilgan detallar ichidan yaroqli detal chiqishi.

ISSN 3030-3907

Hodisa $G \cap D$ sodir bo‘lgan uning sodir bo`lish ehtimollik

$$P\left(\frac{N_1}{G \cap D}\right) = \frac{P(N_1)P(\frac{D}{G,N_1})}{P(N_1)P\left(\frac{D}{G,N_1}\right) + P(N_2)P\left(\frac{D}{G,N_2}\right)}$$

formula orqali hisoblaymiz.

$$P\left(\frac{N_1}{G \cap D}\right) = \frac{0.6 * 0.06}{0.6 * 0.06 + 0.4 * 0.02} = \frac{0.036}{0.036 + 0.008} = \frac{0.036}{0.044} = \frac{9}{11} \approx 0.8182$$

Demak javob:

$$P\left(\frac{N_1}{G \cap D}\right) = \frac{9}{11} \approx 0.8182$$

Masala 4. Qurilish ob`ektining birinchi bosqichi o‘z vaqtida ishga tushishi ehtimoli 0,7 ga, 10 kun kechikib ishga tushishi ehtimoli 0,2 ga, 10 kundan 15 kungacha kechikib ishga tushishi ehtimoli 0,1 ga teng. Umumiy qurilish ob`ektining o`z vaqtida ishga tushishi ehtimoli, birinchi bosqichi o`z vaqtida tugallanishi sharti ostida 0,9 ga, 10 kunichida tugallanishi sharti ostida 0,7 ga, 10 kundan 15 kungacha tugallanishi sharti ostida 0,6 ga tengligi ma`lum bo`lsa, qurilish ob`ektining o`z vaqtida ishga tushmagan bo`lishi ehtimolini toping.

Berilganlar:

$$P(S_0) = 0.7((1 - \text{bosqich o‘z vaqtida}),$$

$$P(S_{10}) = 0.2(10 \text{ kun kech}),$$

$$P(S_{10-15}) = 0.1(10\text{–}15 \text{ kun kech}).$$

$$P(T|S_0) = 0.9;\ \ P(T|S_{10}) = 0.7;\ \ P(T|S_{10-15}) = 0.6.$$

bu yerda T — “umumiy ob’ekt o‘z vaqtida ishga tushadi”.

To‘liq ehtimollar formulasiga ko‘ra:

$$P(T) = 0.7 * 0.9 + 0.2 * 0.7 + 0.1 * 0.6 \ = 0.63 + 0.14 + 0.06 \ = 0.83.$$

Demak, o‘z vaqtida ishga tushmaslik ehtimoli:

$$P(T^c) = 1 - P(T) = 1 - 0.83 = 0.17. \quad \text{Javob: } 0.17$$

Masala.5. Kompaniyaning raqiblari bo`lmagan holda rivojlangan mamlakatlar bilan shartnoma tuzishi ehtimoli 0,45 ga, raqiblari bor bo`lgan holda esa bu ehtimollik 0,25 ga teng. Agar ekspertlarning ma`lumotlariga ko`ra, raqiblar

ISSN 3030-3907

bor bo`lishi ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, u holda kompaniyaning shartnoma tuzishi ehtimolini toping.

Berilganlar:

$$P(C|R) = 0.25;\ \ P(C|\bar{R}) = 0.45;$$

$$P(R) = 0.4 =>;\ \ P(\bar{R}) = 0.6$$

To‘liq ehtimollar formulasiga ko‘ra:

$$P(C) = P(C|R)P(R) + P(C|\bar{R})P(\bar{R}) =$$

$$= 0.25 * 0.4 + 0.45 * 0.6 \ = 0.10 + 0.27 \ = \ 0.37.$$

Demak, kompaniyaning shartnoma tuzishi ehtimoli 0.37 ga teng.

Masala 6. Kompyuter sistematsi 45 ta bir xil mikroelementlardan iborat. Muayyan vaqtda har bir mikroelementning ish holatida bo‘lish ehtimoli 0,8 ga teng. Agar biror bir operasiyani bajarish uchun hech bo‘lmaganda 30 ta mikroelementning ish holatida bo‘lishi talab qilinsa, operasiyaning muvaffaqiyatli bajarilish ehtimoli qanday?

Bu masala binomial taqsimot asosida hal qilinadi.

1. Shartlar

Jami mikroelementlar: $n = 45$

Har birining ishlash ehtimoli: $p = 0.8$

Operatsiya muvaffaqiyatli bo‘lishi uchun kamida 30 tasi ishlashi kerak.

Belgilaymiz:

$$X \sim Binomial(n = 45, \quad p = 0.8)$$

So‘ralmoqda:

$$P(X \geq 30) = \sum_{k=30}^{45} C_k^{45} * (0.8)^k * (0.2)^{45-k}.$$

2. Aniq hisoblash qiyin, shuning uchun yaqinlashuv

Binomialni normal taqsimot bilan yaqinlashtiramiz:

$$X \ \approx \ N(\mu, \sigma^2), \quad \mu = n * p = 45 * 0.8 = 36$$

3. Normal yaqinlashuv (kontinuitet tuzatishi bilan)

ISSN 3030-3907

$$P(X \geq 30) \approx P(Y \geq 29.5), \qquad Y \sim N(36, 2.683^2).$$

Standartlashtiramiz:

$$Z = \frac{29.5 - 36}{2.683} = -\frac{6.5}{2.683} \approx -2.423.$$

Shunday qilib:

$$P(X \geq 30) \approx P(Z \geq -2.423) = P(Z \leq 2.423).$$

Normal taqsimot jadvalidan:

$$\Phi(2.42) \approx 0.992.$$

4. Natija

$$P(X \geq 30) \approx 0.992, \qquad (ya'ni\ 99.2\backslash\%).$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. 1.Adirov T., Adigamova E.«Теория вероятностей и математическая статистика». Сборник задач. T. : TMI, 2003
2. 2.Adirov T., Xamdamov I. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar va ularni yechishga oid ko‘rsatmalar. T. : «Iqtisod –Moliya», 2008.
3. 3.Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2008.
4. www. gov. uz
5. www. Ziyonet. uz
6. www. tuit. uz
7. www. Math. uz
8. www. bilim. uz

ISSN 3030-3907