ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО МОМЕНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ

Акрамходжаев Й.Т.

Ташкентский химико-технологический институт

Аннотация. В данной работе рассмотрена задача синтеза оптимального по быстродействию закона управления для динамического объекта. На основе дифференциального уравнения объекта с использованием метода фазовой плоскости определена оптимальная переходная траектория. Показано, что для достижения минимального времени регулирования необходимо осуществлять движение системы в двух режимах: максимального разгона и максимального торможения, при этом момент переключения управляющего сигнала должен быть выбран строго один раз.

Ключевые слова: оптимальное по времени управление, динамический объект, метод фазовой плоскости, фазовые траектории, функция переключения.

Annotatsiya. Ushbu ishda dinamik obyekt uchun tezkorlik bo‘yicha optimal boshqaruv qonunini sintez qilish masalasi ko‘rib chiqiladi. Obyektning differensial tenglamasi asosida fazoviy tekislik metodi yordamida optimal o‘tish trayektoriyasi aniqlangan. Ko‘rsatilganki, boshqaruv vaqtining minimal qiymatiga erishish uchun tizim ikki rejimda harakatlanishi lozim: maksimal tezlanish va maksimal tormozlanish. Bunda boshqaruv signali almashinuvi faqat bir marta amalga oshirilishi zarur.

Kalit so‘zlar: vaqt bo‘yicha optimal boshqaruv, dinamik obyekt, fazoviy tekislik metodi, fazaviy trayektoriyalar, funksiyani almashtirish;

Abstract. This study addresses the problem of synthesizing a time-optimal control law for a dynamic system. Based on the differential equation of the system, the optimal transient trajectory is determined using the phase-plane method. It is shown that achieving the minimum settling time requires the system to operate in two modes: maximum acceleration and maximum deceleration, while the switching moment of the control signal must be selected exactly once.

Keywords: time-optimal control, dynamic system, phase-plane method, phase trajectories, switching function.

Введение.

Современные системы автоматического управления предъявляют высокие требования к быстродействию, точности и устойчивости переходных процессов. Одним из наиболее эффективных подходов к построению таких систем является использование принципов оптимального по времени управления, когда регулируемая координата должна достигнуть заданного значения за минимально возможный промежуток времени.

ISSN 3030-3907

На основе анализа фазовых траекторий получена функция переключения (линия МОН), единственным образом приводящая систему к нулевой ошибке за минимальное время. Приведены математические зависимости, описывающие семейства фазовых кривых, и итоговый закон оптимального управления. Также представлена структурная схема оптимальной системы управления. Предложенный метод может быть применён в скоростных механических, энергетических и химико-технологических системах

Для оптимальной по скорости систем управления, вначале необходимо разогнать систему до предебно допустимого ускорешия, а затем в определеннкй момент времени переключить сигнал управления с разгона на тормошения и также с предельно допустимымю, но отрицательным ускорением. При правильно выбранном моменте переключения скорости изменения регулируемой координаты равно нулю, когда она достигнет заданного значения $x_н$ [1].

Объект управления описывается дифференциальным управлением.

$$T\frac{d^2x}{dt}+\frac{dx}{dt}=KI, \qquad (1)$$

где Т = б сек, к = б, $|И| \le И_{мах} =$ ед.

Произвести синтез системы определенной по быстродействию методом фазовой плоскости. При этом необходимо уменьшить ошибку системы $\varepsilon = x_o - x$ от величины $\varepsilon = \varepsilon_o = -0{,}5,\ \dot{\varepsilon} = 0$ при е = 0 до величины $\varepsilon = \varepsilon_n = 0$, $\dot{\varepsilon_n} = 0$ за минимальное время

Определить функцию переключения.

Запишем управление (1) относительно ошибки системы

$$T\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}+\frac{d\varepsilon}{dt}=-KI, \qquad (2)$$

Найдем уравнения фазовых траектории, для чего перепишем уравнение (2) в виде двух уравнений первого порядка.

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=u;$$

$$T\frac{du}{dt}-ki-u$$

Разделим уравнение (ε) на (4)

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=T\ \ \frac{u}{-ki-u}(3)$$

Проинтегрируем выражение (5)

$$\int в\varepsilon = -T\int\frac{y}{kU+y}dy \qquad (4)$$

Откуда

$$\varepsilon = -Ty + TkU\ ln|kU+y| + C \qquad (5)$$

ISSN 3030-3907

Полученное уравнение используется для построения семейства фазовых условий $\varepsilon = \varepsilon_0$ при $y = y_0$ и подставим в решение для ошибки

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - T(y - y_0) + TkU\ ln|kU + y| - TkU\ ln|kU + y_o| \quad (6)$$

Знак управляющего сигнал может измениться не более одного раза. Запишем управнение (6) с учетом знака U.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - T(y - y_0) \pm TkU\ ln|kU \pm y| \pm TkU\ ln|kU \pm y_o| \quad (7)$$

Обозначим $\sigma = \pm 1$, тогда

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - T(y - y_0) + \sigma TkU\ ln|y + \sigma kU| - \sigma TkU\ ln|y_o + \sigma kU| \quad (8)$$

Подставим численные значения коэффициентов в уравнение (8)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - 0{,}62(y - y_0) + \sigma 0{,}31\ ln|y + 0{,}5\sigma| - \sigma 0{,}31\ ln|y_o + 0{,}5\sigma| \quad (9)$$

Для заданных начальных условий ($\varepsilon_0 = -0{,}5 \quad y_0 = 0$) находим уравнение фазовой траектории для первого участка движения при

$$\sigma = -1$$

$$\varepsilon = -0{,}5 - 0{,}62y - 0{,}3\ ln|y - 0{,}5| + 0{,}31\ ln0{,}5 \quad (10)$$

Это уравнение соответствует траектории АВ (рис. 21).

Определим уравнение фазовой траектории, проходящей чнрнз начало координат $\varepsilon = 0, \quad y = 0$.

$$\varepsilon = -0{,}62 + \sigma 0{,}31\ ln|y - 0{,}5\sigma|0{,}31\ ln0{,}5 \quad (11)$$

Уравнение (11) является уравнением линии переключения (МОН). Эта траектория является единственной, по которой можно попасть в начало координат.

Преобразуем уравнение (11), учитывая, что $\sigma = -sign\ y$;

$$\varepsilon = -0{,}62y - signy * 0{,}31\ ln|y - 0{,}5signy| + signy * 0{,}31\ ln0{,}5$$

Запишем закон регулирования (функцию переключения).

$$\mu = \varepsilon + 0{,}62\ y + 0{,}31sign\ y\ ln|y - 0{,}5sign\ y| - sign\ y * 0{,}31ln0{,}5$$

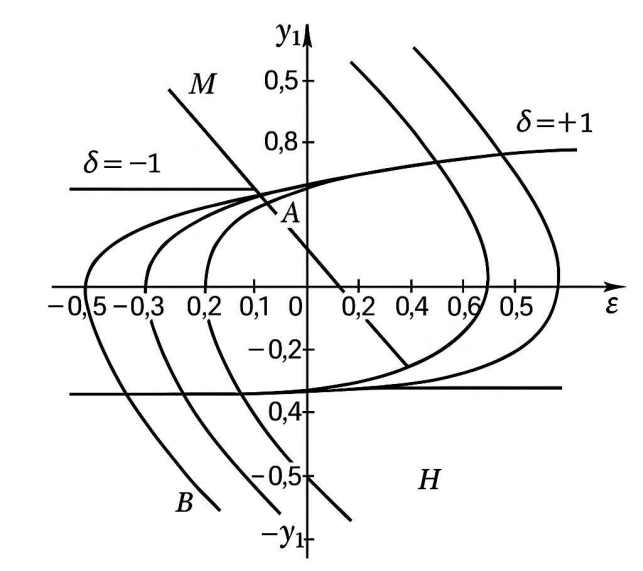


Рис. 1. Фазовые траектории при оптимальном управлении

В точке переключения А функция μ обращается в нуль.

ISSN 3030-3907

Структурная схема оптимальной системы приведена на рис. 2.

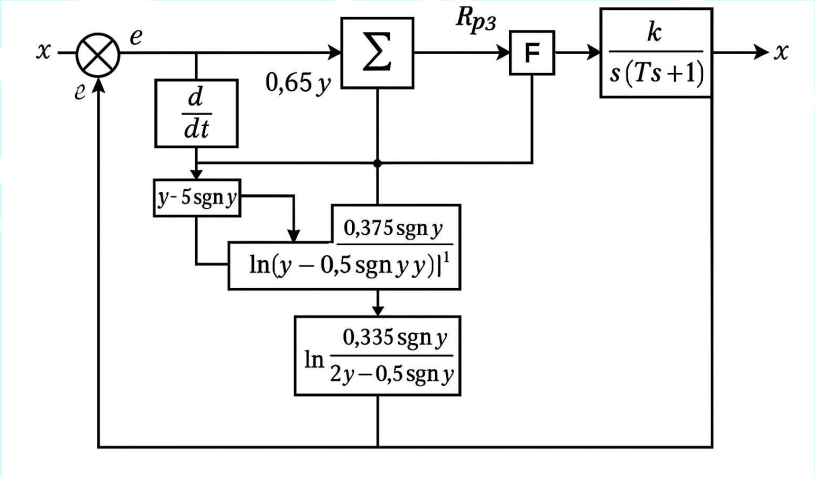


Рис. 2. Структурная схема замкнутой оптимальной системы

Для реализации оптимального закона необходимы нелинейные преобразователи и идеальный релейный элемент (без зоны нечувствительности).

Заключение. В ходе исследования получен оптимальный по быстродействию закон управления, основанный на анализе фазовой плоскости и определении единственного момента переключения управляющего сигнала. Доказано, что релейное (bang-bang) управление обеспечивает минимальное время переходного процесса при соблюдении динамических ограничений системы. Получена аналитическая форма линии переключения, гарантирующая достижение нулевой ошибки и устойчивое завершение движения без перерегулирования. Предложенная схема оптимального управления может эффективно применяться в скоростных сервоприводах, технологических и энергетических установках, требующих высокой точности и минимального времени регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abdurasulovich, R. S., Shukurillayevich, U. B., Isroilovich, U. K., & Asqarovich, A. A. (2024). Noqat'iy mantiq asosida bilvosita quyosh quritgichlarining harorat dinamikasini bashorat qilish. *Илм-фан ва инновацион ривожланиш/Наука и инновационное развитие*, *7*(5), 8-18.

2. Eshbobaev, J., Norkobilov, A., Usmanov, K., Khamidov, B., Kodirov, O., & Avezov, T. (2024). Control of Wastewater Treatment Processes Using a Fuzzy Logic Approach. *Engineering Proceedings*, *67*(1), 39.

3. Isroilovich, U. K., Abduvaxitovna, S. S., & Abdirasulovich, R. S. (2025). GELIOQURITGICHDAGI HARORATNI BA SHORAT QILISHDA SUN'IY NEYRON TARMOQLARNING QO 'LLANISHI. *Илм-фан ва инновацион ривожланиш/Наука и инновационное развитие*, *8*(1), 8-20.

ISSN 3030-3907

4. Rejabov, S., Sh, U. B., Artikov, A., & Usmanov, K. Mathematical Modelling of the Solar Drying of Apricot. *Chemical Technology, Control and Management*, *2024*(4), 2181-1105.
5. Rejabov, S., Usmonov, B., Usmanov, K., & Artikov, A. (2024). Experimental Comparison of Open Sun and Indirect Convection Solar Drying Methods for Apricots in Uzbekistan. *Engineering Proceedings*, *67*(1), 26.
6. Tennakoon, S., & Ghaffari, M. (2019). Time-optimal bang-bang control of second-order systems. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 27(4), 1451–1463.
7. Usmanov, K., Eshbobaev, J., & Yakubova, N. (2023). Modeling and Optimization of the Ammonium Solution Extraction Process. *Engineering Proceedings*, *56*(1), 198.
8. Uteuliev, N. U., Yakubova, N. S., Usmanov, K. I., & Yadgarva, D. B. (2018). System of adaptive control of technological parameters of production of soda. *Chemical Technology, Control and Management*, *2018*(3), 181-185.
9. Yakubova, N., Usmanov, K., Turakulov, Z., & Eshbobaev, J. (2025). Application of Quantum Computing Algorithms in the Synthesis of Control Systems for Dynamic Objects. *Engineering Proceedings*, *87*(1), 68.
10. Лосев, А. В. (2022). Оптимальные системы управления: классификация и методы синтеза. Молодой ученый, 446(9), 25–29. https://moluch.ru/archive/446/98183/
11. Сидиков И. Х. и др. Нечеткое синергетическое управление нели-нейных систем //Journal of Advances in Engineering Technology. – 2020. – №. 2. – С. 16-19.
12. Султанова, Ш. А., Усманов, К. И., Унгбаева, Д. У., & Таджибаева, Д. А. (2024). РАЗРАБОТКА АДАПТИВНЫХ НЕЙРО-НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВА-НИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СОЛНЕЧНОЙ СУШИЛКИ. *Universum: технические науки*, *2*(5 (122)), 5-9.
13. Усманов, К. И., Исламова, Ф. К., Режабов, С. А., & Жабборов, А. О. (2024). Моделирование сушки лекарственных растений на шкафной гелиосушилке. *Universum: технические науки*, *2*(12 (129)), 32-35.
14. Усманов, К. И., Сарболаев, Ф. Н., Исломова, Ф. К., & Якубова, Н. С. (2020). Адаптивно нечеткое синергетическое управление многомерных нелинейных динамических объектов. *Universum: технические науки*, (3-1 (72)), 24-28.
15. Усманов, К. И., Султанова, Ш. А., Унгбаева, Д. У., & Максудова, А. И. (2025). Динамическое моделирование и тонкослойная сушка листьев подорожника в солнечных сушилках. *Universum: технические науки*, *2*(1 (130)), 4-8.

ISSN 3030-3907

16. Шилин, А. А. (2014). Исследование оптимального и скользящего режимов управления с релейным элементом. Научный журнал КубГАУ, (100), 1–15. https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-optimalnogo-i-skolzyaschego-rezhimov-upravleniya-s-releynym-elementom-ohvachennym-obratnoy-svyazyu

17. Шилин, А. А., & Букреев, В. Г. (2014). Исследование оптимального и скользящего режимов управления с релейным элементом, охваченным обратной связью. Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, (3 (28)), 12-19.

ISSN 3030-3907