УДК 581.14

ERKIN TEBRANISHLAR TUSHUNCHASI VA FIZIK MOHIYATI

Axmedova Umeda Farhod qizi
Buxoro davlat pedagogika instituti 2-bosqich magistranti
E-mail: umidaaxmedova661@gmail.com
Ro‘ziyev To‘lqin Razzoqovich
Buxdupi fizika kafedrasi dotsenti, f.-m.f.f.d. (PhD)., dotsenti
E-mail: ruzievtulqin@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada erkin tebranishlar tushunchasi, ularning fizik mohiyati, matematik ifodasi hamda turli tizimlarda ro‘y berish sabablari keng yoritilgan. Shuningdek, tebranish jarayonining asosiy parametrlari amplituda, davr, chastota va fazaning o‘zaro bog‘lanishi tahlil qilinadi. Erkin tebranishlarning mexanik, elektr va akustik tizimlardagi namoyon bo‘lishi nazariy asosda ko‘rib chiqilib, ularning differensial tenglamalar orqali modellashtirilishi amaliy misollar bilan ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar:erkin tebranishlar; mexanik tizim; differensial tenglama; burchak chastota; amplituda; faza burchagi; rezonans; energiya saqlanishi; LC-kontur; elastik kuch; Guk qonuni; Nyuton qonuni; tebranish nazariyasi; barqarorlik tahlili.

Аннотация. В статье дан комплексный обзор понятия свободных колебаний, их физической природы, математического выражения и причин возникновения в различных системах. Проанализирована взаимосвязь между основными параметрами колебательного процесса: амплитудой, периодом, частотой и фазой. Теоретически рассмотрено проявление свободных колебаний в механических, электрических и акустических системах, а также показано их моделирование дифференциальными уравнениями на практических примерах.

Ключевые слова: свободные колебания; механическая система; дифференциальное уравнение; круговая частота; амплитуда; фазовый угол; резонанс; закон сохранения энергии; LC-контур; сила упругости; закон Гука; закон Ньютона; теория колебаний; анализ устойчивости.

Abstract. This article provides a comprehensive overview of the concept of free oscillations, their physical nature, mathematical expression, and the causes of their occurrence in various systems. The relationship between the main parameters of the oscillatory process-amplitude, period, frequency, and phase are analyzed. The manifestation of free oscillations in mechanical, electrical, and acoustic systems is theoretically examined, and their modeling using differential equations is demonstrated using practical examples.

ISSN 3030-3907

Keywords: free vibrations; mechanical system; differential equation; angular frequency; amplitude; phase angle; resonance; energy conservation; LC-circuit; elastic force; Hooke's law; Newton's law; vibration theory; stability analysis.

Kirish.

Tebranishlar hodisasi tabiatda keng tarqalgan bo‘lib, u mexanik, elektr, akustik, hatto kvant tizimlarida ham kuzatiladi. Har qanday tizim muvozanat holatidan chetlashtirilganda va unga tiklovchi kuch ta’sir qilganda, u ma’lum vaqt davomida muvozanat holati atrofida davriy harakatni amalga oshiradi. Ana shu jarayon **tebranish** deb ataladi. Agar bu tebranishlar tashqi kuchlarning aralashuvisiz, faqat tizimning ichki energiyasi hisobiga yuzaga kelsa, u holda bu **erkin tebranish** deyiladi.

Erkin tebranishlar bu energiyaning bir shakldan ikkinchi shaklga uzluksiz almashinuvi bilan kechadigan murakkab dinamik jarayondir. Masalan, buloqqa osilgan yuk tebranganda, dastlabki potensial energiya kinetik energiyaga, so‘ng yana potensial energiyaga aylanishda davom etadi. Shu kabi tebranishlar elektr konturlarida (induktivlik va sig‘im orasida zaryad almashinuvi), akustik tizimlarda (tovush to‘lqinlari shaklida), va hatto atom hamda molekulalar darajasida ham kuzatiladi.

Erkin tebranishlarning mohiyatini chuqur anglash mexanika, qurilish, akustika, elektrodinamika, avtomatika va hatto nanofizika kabi ko‘plab sohalarda alohida ahamiyatga ega. Chunki real tizimlarning barqarorligi, chidamliligi va rezonans holatlarida yuzaga keladigan xavfli tebranishlarni aniqlash, ulardan himoyalanish va ularni boshqarish imkoniyati aynan shu nazariy asosga tayanadi. Masalan, bino konstruksiyalarida, ko‘priklarda yoki mashina detallarida paydo bo‘ladigan erkin tebranishlarni hisobga olmaslik rezonans hodisasiga olib kelib, jiddiy mexanik shikastlanishlar keltirib chiqarishi mumkin.

Shu bois erkin tebranishlar nazariyasini o‘rganish, ularning differensial tenglamalar orqali ifodalanishi va asosiy parametrlarini (amplituda, chastota, faza, davr) tahlil qilish bugungi kunda ilm-fan va muhandislik amaliyotida muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu tadqiqot natijalari turli tizimlarning dinamik xatti-harakatini prognoz qilish, rezonansni oldini olish hamda energiya tejamkor boshqaruv usullarini ishlab chiqishda keng qo‘llaniladi.

Adabiyotlar tahlili. Erkin tebranishlar nazariyasi asrlar davomida ko‘plab olimlar tomonidan chuqur o‘rganilgan va rivojlantirilgan. Bu sohadagi tadqiqotlar mexanik tizimlardan boshlanib, keyinchalik elektr va boshqa fizik tizimlarga kengaytirilgan. A. Lagrange, I. Nyuton va D. Bernulli mexanik tebranishlarni matematik jihatdan tavsiflashga asos solgan olimlardir. Ular differensial tenglamalar yordamida tizimning harakatini ifodalash va energiya almashinuvi printsiplarini tushuntirishga kirishgan, bu esa massalar, buloqlar va pendullar kabi

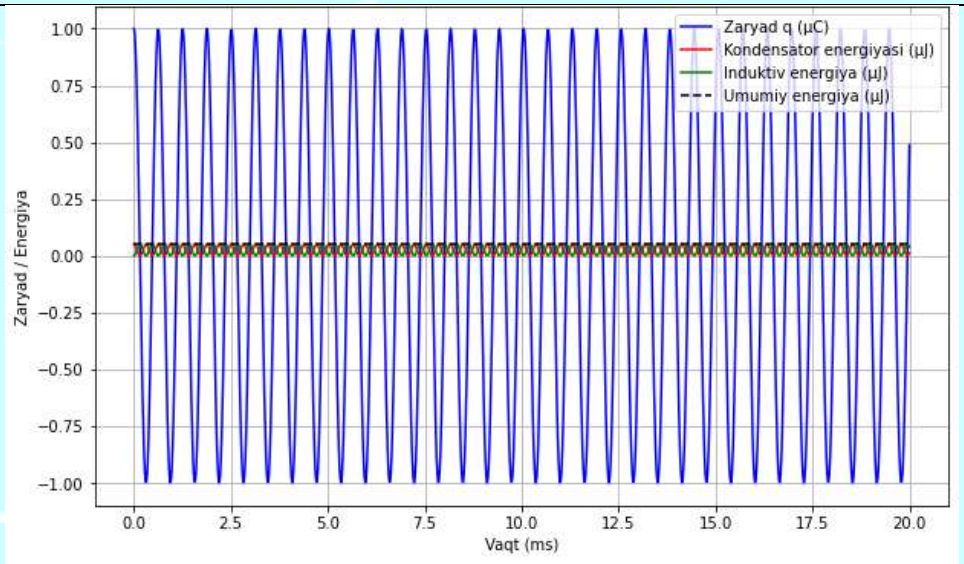
ISSN 3030-3907

klassik tizimlarda erkin tebranishlarni matematik modellashtirishga imkon yaratgan. Keyinchalik, Lord Rayleigh tebranishlar energiyasi, amplituda, davr va rezonans hodisalarini chuqur tahlil qilgan, tebranishlarning tabiiy chastotalari, tizimning tashqi kuchlarga javobi va energiya saqlanishini o‘rganish orqali nazariyani yangi bosqichga olib chiqqan va rezonans hodisasining xavfsizlik hamda muhandislik ilovalaridagi ahamiyatini aniqlagan. So‘nggi asrlarda zamonaviy olimlar erkin tebranishlarni kengroq tizimlarda o‘rganishga e’tibor qaratgan; struktura tahlilida binolar, ko‘priklar va mashinalar elementlarining tabiiy tebranish chastotalari, amplitudasi va energiya almashinuvi o‘rganiladi, elektr tizimlarda esa RLC zanjirlari orqali zaryad va tokning almashinuvi mexanik tebranishlarning analogi sifatida tahlil qilinadi. Zamonaviy tadqiqotlar erkin tebranishlarni matematik modellashtirish va kompyuter simulyatsiyalari yordamida batafsil o‘rganishga yo‘naltirilgan bo‘lib, turli chegaraviy shartlar va tashqi ta’sirlar ostida tizimlarning javobi oldindan bashorat qilinadi. Shu tariqa, adabiyotlar tahlili erkin tebranishlarni tushunishda tarixiy asoslar, matematik modellashtirish, energiya almashinuvi va zamonaviy tadqiqotlarning bir-biriga bog‘liqligini ko‘rsatadi, bu esa nafaqat nazariy, balki amaliy muhandislik masalalarini yechishda ham muhim ahamiyatga ega.

Zamonaviy adabiyotlarda (masalan, Landau va Lifshits “Mexanika” asarida) erkin tebranishlar umumiy differensial tenglamalar bilan tavsiflanadi. Elektr tizimlaridagi erkin tebranishlar esa LC-kontur modeli orqali ifodalanadi (1-rasm):

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{C}q=0 \qquad (1)$$

Bu yerda L- induktivlik, C- sig‘im, q- zaryad. Ushbu tenglama mexanik tebranish tenglamasiga to‘liq analog hisoblanadi.



1-rasm. RLC zanjirida erkin tebranish va energiya almashinuvi

ISSN 3030-3907

Adabiyotlarda qayd etilishicha, erkin tebranish tizimlarida energiyaning saqlanish qonuni asosiy rol o‘ynaydi. Tizimga tashqi energiya ta’sir qilinmasa, uning umumiy energiyasi doimiy qoladi.

Boshlang‘ich nuqtada tizimning energiyasi turli shakllarda bo‘lishi mumkin: ba’zan u to‘liq potensial energiya shaklida, ba’zan esa to‘liq kinetik energiya shaklida bo‘ladi. Harakat davomida bu energiyalar o‘zaro almashadi: potensial energiya kinetik energiyaga aylanadi, kinetik energiya esa yana potensial energiyaga. Shu tarzda energiya doimiy ravishda tizim ichida aylanishi natijasida erkin tebranishlar davom etadi.

Bu jarayon mexanik, elektr va boshqa turdagi tizimlarda bir xil printsipda ishlaydi va tizimning har bir vaqtdagi holatini, tezligini va harakat xususiyatlarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = const \qquad (2)$$

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu tadqiqot erkin tebranishlarning fizik mohiyatini, ularni matematik modellashtirish usullarini va vaqt bo‘yicha o‘zgarishlarini batafsil tahlil qiladi.

Erkin tebranishlar bu tizim tashqi ta’sirlarisiz tabiiy ravishda harakatlanadigan holatlar. Masalan, elastik jismlar, pendullar yoki massali-spring tizimlar o‘zining ichki energiyasi yordamida harakat qiladi. Tizimga tashqi kuchlar ta’sir qilinmasa, bu harakatlar davom etadi.

Erkin tebranishlarni matematik jihatdan tavsiflash uchun differensial tenglamalar ishlatiladi. Ularning yordamida tizimning asosiy xususiyatlari aniqlanadi:

Davr (T) - tebranishning bir to‘liq sikli uchun ketadigan vaqt.

Chastota (f) - bir vaqt birligida qancha tebranish amalga oshishini bildiradi.

Amplituda (A) - tebranishning maksimal qiymati yoki eng katta siljish hajmi.

Fazaviy burchak - tebranish boshlanish nuqtasi va boshlang‘ich holatini belgilaydi.

Bu parametrlar bir-biri bilan chambarchas bog‘liq bo‘lib, tizimning har bir vaqtdagi holatini, tezligini va harakat yo‘nalishini aniqlash imkonini beradi.

Tadqiqot davomida erkin tebranishlarning matematik modellashtirilishi turli tizimlar uchun qo‘llaniladi. Bu mexanik tizimlar, struktura tahlillari va muhandislik ilovalarida tebranishlarning oldindan bashorat qilinishini ta’minlaydi.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ va } f = \frac{1}{T}, \qquad (3)$$

Bu yerda T - tebranish davri (s), f - chastota (Hz), ω - burchak chastota (rad/s).

Grafik jihatdan erkin tebranishlar sinusoidal shaklda ifodalanadi. Bu chiziqli grafik tebranish jarayonining davriy va muvozanat holati atrofida takrorlanib turuvchi xarakterini aniq ko‘rsatadi. Sinusoidal shakl tizimning energiya

ISSN 3030-3907

almashinuvi jarayonini - ya’ni kinetik va potensial energiyalarning o‘zaro aylanishini - tasvirlaydi.

Tajriba va modellashtirish natijalari shuni ko‘rsatadiki, agar tizimda ishqalanish yoki qarshilik kuchlari mavjud bo‘lsa, tebranishlar vaqt o‘tishi bilan susayadi. Bunday holatlarda erkin tebranishning matematik ifodasi so‘nuvchi eksponenta ko‘rinishida yoziladi:

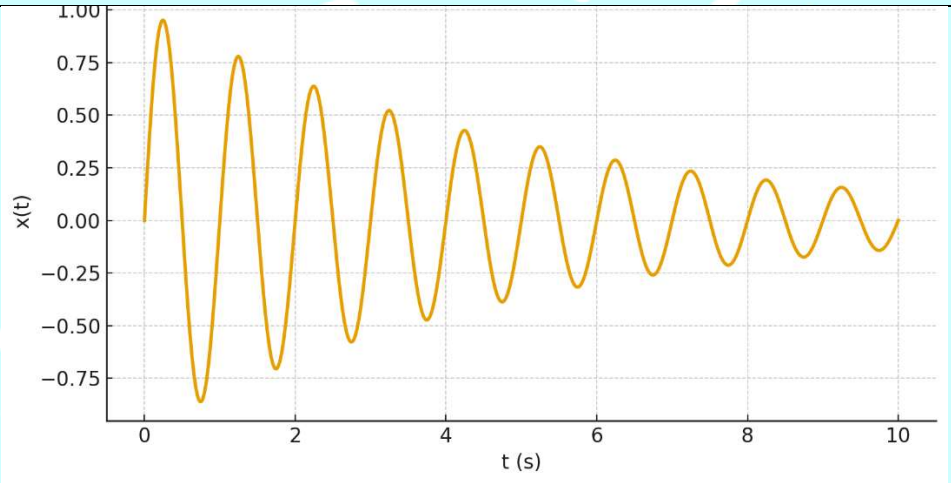
$$x(t) = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4)$$

Bu yerda β - so‘nish (susayish) koeffitsienti bo‘lib, u tizimdagi energiya yo‘qotish darajasini belgilaydi.

Metodologik jihatdan, tadqiqot ikki asosiy bosqichda olib borildi:

1. Nazariy modellashtirish – erkin tebranish tenglamalari asosida parametrlar o‘rtasidagi bog‘lanish aniqlanib, tebranish jarayonining matematik modeli tuzildi.
2. Grafik tahlil – sinusoidal va susayuvchi tebranishlarning vaqt bo‘yicha o‘zgarish grafigi qurilib, ularning amplituda va chastota xususiyatlari solishtirildi (2-rasm).

Ushbu metodologiya tebranish jarayonini chuqur tahlil qilish, tizimdagi energiya almashinuvi va so‘nish tezligini aniqlash, shuningdek, rezonans holatlarida barqarorlik sharoitlarini baholash imkonini beradi.



2-rasm. Susayuvchi sinusoidal tebranish grafigi

Fizik mohiyat

Erkin tebranishlarning fizik mohiyati shundan iboratki, ular tizim ichidagi energiya muvozanati asosida yuzaga keladi. Boshqacha aytganda, tizim tashqi ta’sirsiz o‘z ichki energiyasidan foydalangan holda tabiiy ravishda harakatlanadi. Bu jarayonda energiya bir turdan boshqasiga uzluksiz o‘tadi va doimiy almashinuv sodir bo‘ladi.

Masalan, mexanik tizimlarda, erkin tebranishlarni buloq va massa orqali tasavvur qilish mumkin. Buloq siqilganda yoki cho‘zilganda uning potensial energiyasi maksimal bo‘ladi, bu energiya massaning harakati boshlanishi bilan kinetik energiyaga aylanadi. Massaning harakati to‘xtaganda, kinetik energiya yana buloqning potentsial energiyasiga aylanadi. Shu tarzda energiya doimiy

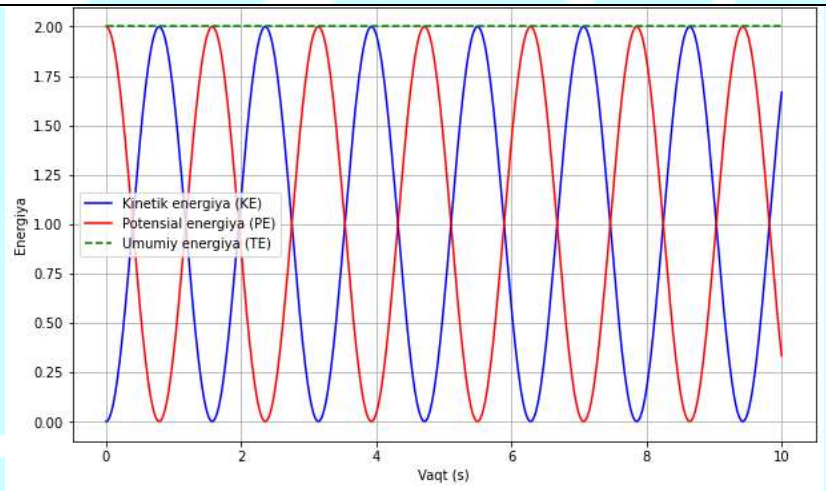
ISSN 3030-3907

ravishda bir turdan boshqasiga o‘tadi, natijada tizimda erkin tebranishlar davom etadi.

Shunga o‘xshash jarayon elektr tizimlarda ham kuzatiladi. Masalan, RLC zanjirida kondensator va induktivlik energiyasi o‘rtasida almashuv sodir bo‘ladi. Kondensator zaryadi maksimal bo‘lgan paytda uning energiyasi eng yuqori bo‘ladi, tok esa nolga teng bo‘ladi. Tok maksimal bo‘lganda, kondensator zaryadi nolga tushadi va uning energiyasi induktivlik energiyasiga aylanadi. Shu bilan elektr energiyasi ham mexanik tizimdagi kabi bir turdan boshqasiga uzluksiz almashadi.

Shunday qilib, erkin tebranishlar — bu energiyaning bir turdan boshqasiga o‘tib, tizim ichida qayta tiklanib turish jarayoni bo‘lib, u nafaqat mexanik, balki elektr va boshqa fizik tizimlarda ham bir xil printsipda amalga oshadi. Bu tushuncha erkin tebranishlarni chuqur tahlil qilish, ularning davriyligi, amplitudasi va fazaviy holatini aniqlashda asosiy rol o‘ynaydi.

Shunday qilib, tebranishlar - bu energiyaning bir turdan boshqasiga o‘tib, qayta tiklanib turish jarayonidir (3-rasm).



3-rasm. Erkin tebranishlarning fizik mohiyati

Natijalar va ularning muhokamasi. O‘tkazilgan tahlillar natijasida susayuvchi sinusoidal tebranish grafigi vaqt o‘tishi bilan amplitudaning eksponentsial kamayishini aniq ko‘rsatdi. Grafikdan ko‘rinib turibdiki, tebranish dastlab yuqori energiyaga ega bo‘lib, vaqt o‘tishi bilan asta-sekin so‘nadi. Bu jarayon tizimdagi ishqalanish, qarshilik yoki energiya yo‘qotish holatlari bilan izohlanadi. Dastlabki bosqichda amplituda maksimal qiymatga ega bo‘ladi, biroq har bir davrda u **β** koeffitsientga bog‘liq holda kamayib boradi. Egri chiziq ustidagi qizil punktir konvertlar - $\pm A\ e^{-\beta t}$ - tebranish amplitudasining chegaraviy qiymatlarini ko‘rsatadi. Ular orasida joylashgan sinusoidal egri chiziq esa tebranishning davriy xarakterini aks ettiradi. Har bir davrda amplituda kamaygani sari tizimning kinetik energiyasi potensial energiyaga nisbatan qisqaradi, natijada umumiy mexanik energiya ham pasayadi. Bu holat **energiyaning so‘nuvchi almashinuvi** sifatida talqin qilinadi. Susayuvchi tebranishlarning muhim

ISSN 3030-3907

xususiyati shundaki, ular vaqt o‘tishi bilan muvozanat holatiga intiladi. So‘nish tezligi β koeffitsient orqali belgilanib, tizimning fizik xususiyatlariga (masalan, ishqalanish kuchi, o‘tkazuvchanlik, qarshilik) bevosita bog‘liqdir. β qiymati ortgan sari tebranish tezroq so‘nadi, ya’ni tizim barqaror holatga tezroq qaytadi. Aksincha, β juda kichik bo‘lsa, tebranish uzoq davom etadi - bu holat amaliy tizimlarda rezonansga yaqin xatti-harakatlarni keltirib chiqarishi mumkin. Olingan natijalar mexanik va elektr tizimlarning dinamik javobini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega. Masalan, **buloq-yuk tizimi**, **LC-kontur**, yoki **akustik rezonatorlar**da tebranish energiyasining so‘nish tezligini baholash, barqarorlikni saqlash hamda rezonansni oldini olish aynan shu matematik model orqali amalga oshiriladi. Shu tarzda olingan tahliliy natijalar amaliy konstruktsiyalarni loyihalashda energiya yo‘qotishlarni minimallashtirish va tizimning xizmat muddatini uzaytirishga xizmat qiladi.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, erkin tebranishlar har qanday fizik tizimning asosiy dinamik xususiyatlaridan biri bo‘lib, u energiyaning bir shakldan boshqasiga uzluksiz almashinuvi jarayonida kechadi. Tebranishlar matematik jihatdan sinusoidal shaklda ifodalanadi va ularning asosiy parametrlari - amplituda, davr, chastota hamda faza - o‘zaro muvofiq bog‘langan miqdorlar hisoblanadi.

Ishqalanish yoki tashqi qarshilik mavjud bo‘lgan holatlarda tebranishlar so‘nuvchi xarakterga ega bo‘ladi. (4)- tenglama ko‘rinishidagi funksiya yordamida bu jarayon aniqlik bilan tavsiflanadi. Grafik tahlil shuni ko‘rsatadiki, amplituda vaqt o‘tishi bilan eksponentsial kamayadi, bu esa tizimdagi energiya yo‘qotish darajasini ifodalaydi.

β koeffitsientning qiymati tebranishning so‘nish tezligini belgilab, tizimning barqarorlik holatini aniqlashda muhim ahamiyatga ega. Katta β qiymati tez so‘nuvchi, kichik β qiymati esa uzoq davom etuvchi tebranishlarga olib keladi. Ushbu qonuniyatlar mexanik, elektr va akustik tizimlarni loyihalashda rezonansni oldini olish, barqarorlikni ta’minlash va energiya samaradorligini oshirish uchun amaliy asos yaratadi.

Umuman olganda, erkin tebranishlarning nazariy va grafik tahlili murakkab tizimlarning dinamik javobini tushunish, ularni modellashtirish va optimallashtirishda muhim ilmiy hamda amaliy ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Landau L.D., Lifshits E.M. Mexanika, Moskva: Nauka, 1976.
2. Rayleigh J.W. The Theory of Sound, London, 1896.
3. Yakubov A.R. Mexanik tebranishlar asoslari, Toshkent: O‘qituvchi, 1998.
4. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. Differensial tenglamalar nazariyasi, Moskva, 1983.

ISSN 3030-3907

5. Feynman R. Lectures on Physics, Vol. I, Addison-Wesley, 1964.
6. Thomson W. Theory of Vibrations, Cambridge University Press, 1887.
7. Poincaré H. Méchanique, Paris: Gauthier-Villars, 1892.
8. Papaleksi Y. Elastic Systems and Vibrations, Moscow: Nauka, 1970.
9. Meirovitch L. Elements of Vibration Analysis, New York: McGraw-Hill, 1975.
10. Den Hartog J.P. Mechanical Vibrations, London: McGraw-Hill, 1956.
11. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975.
12. Rao S.S. Mechanical Vibrations, Pearson, 2004.
13. Inman D.J. Engineering Vibrations, Prentice Hall, 2001.
14. Thomson W.T., Dahleh M.D. Theory of Vibration with Applications, Prentice Hall, 1998.
15. Graff K.F. Wave Motion in Elastic Solids, Dover Publications, 197

ISSN 3030-3907