G‘ILDIRAKLI TRANSPORT VOSITASINING TURG‘UNLIGINI TAHLIL QILISH UCHUN MATEMATIK MODEL

Igamberdiyev K.A.

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti.

Аннотация. Ushbu maqolada boshqariluvchi g‘ildirakli avtomobil o‘qining avtotebranish xususiyatlari tahlil qilinadi. Avtomobilning bu qismi chiziqsiz tebranish tizimi sifatida qaralib, undagi tebranish amplitudalari, chastotalari va shakllari chiziqsiz differensial tenglamalar orqali aniqlanadi. Tadqiqotda boshqariluvchi g‘ildiraklarning avtotebranishlari avtomobilning barqaror harakatiga salbiy ta’sir ko‘rsatishi va bu holatni bartaraf etishning nazariy asoslari bayon etiladi. Muammo yechimi kichik tebranishlar nazariyasi asosida ko‘rib chiqiladi, bunda harakat tenglamalari chiziqli shaklga keltiriladi. Amaliy tahlillar shuni ko‘rsatadiki, avtomobil korpusi to‘g‘ri chiziqli harakatda bo‘lgan taqdirda ham, boshqariluvchi g‘ildiraklarning to‘g‘ri chiziqli harakati turg‘un bo‘lishi va tebranish ko‘rinishida o‘zini namoyon qilishi mumkin. Ushbu tadqiqot natijalari avtomobillarning turg‘unlik tahlilida va avtokolebaniyalarni oldini olishda muhim amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: Avtokolebaniya, boshqariluvchi g‘ildirak, **chiziqsiz** tizim, tebranish barqarorligi, fazaviy portret, Lyapunov usuli, kichik tebranishlar, avtomobil dinamikasi, o‘z-o‘zidan uyg‘onuvchi tebranishlar, chiziqli model.

Аннотация. В данной статье рассматриваются автоколебательные свойства управляемой оси автомобиля. Автомобильная ось с управляемыми колёсами представлена как нелинейная колебательная система, в которой амплитуды, частоты и формы автоколебаний определяются решением нелинейных дифференциальных уравнений. Исследование направлено на выявление условий возникновения автоколебаний управляемых колёс, которые оказывают негативное влияние на устойчивость прямолинейного движения автомобиля. Для анализа используется метод малых колебаний, при котором уравнения движения приводятся к линейному виду. Практика эксплуатации автомобилей показывает, что даже при сохранении прямолинейного движения кузова, движение управляемых колёс может становиться неустойчивым, причём неустойчивость имеет колебательный характер. Полученные результаты имеют практическое значение для анализа устойчивости и устранения автоколебаний в системах управления автомобилем.

Ключевые слова: автоколебания, управляемые колёса, нелинейная система, устойчивость колебаний, фазовый портрет, метод Ляпунова, малые колебания, динамика автомобиля, саморазвивающиеся колебания, линейная модель.

ISSN 3030-3907

Abstract. This paper examines the self-oscillatory properties of a vehicle's steerable axle. The system is modeled as a nonlinear oscillatory system, where the amplitudes, frequencies, and shapes of self-oscillations are determined by solving nonlinear differential equations. The study focuses on identifying the conditions under which self-oscillations of the steering wheels may arise, which have a negative effect on the vehicle's stability during straight-line motion. The small oscillation method is applied, reducing the equations of motion to a linear form. Practical observations show that even when the vehicle body maintains straight-line motion, the motion of the steering wheels may become unstable, and such instability manifests in an oscillatory manner. The results are of practical importance for analyzing stability and eliminating self-oscillations in automotive steering systems.

Keywords: self-oscillation, steerable wheels, nonlinear system, vibration stability, phase portrait, Lyapunov method, small oscillations, vehicle dynamics, self-excited vibrations, linear model.

Kirish

Avtomobillarning boshqariluvchi g‘ildiraklaridagi avtotebranishlar nafaqat haydash qulayligini, balki transport vositasining yo‘nalish turg‘unligi, xavfsizligi va resursini ham sezilarli darajada belgilaydi. Ushbu tebranishlarning yuzaga kelish sabablarini aniqlash va ularni bartaraf etish mexanizmini ishlab chiqish avtomobil dinamikasi, boshqaruv tizimlari va yo‘l xavfsizligi sohalarida muhim ilmiy-amaliy vazifalardan biridir. Amaliy nuqtayi nazardan, ushbu tahlil avtomobilning turg‘unlik chegarasini aniqlash va o‘z-o‘zidan uyg‘onuvchi tebranishlarni oldini olish imkonini beradi.

Avtotebranishlarning amplitudalari, chastotalari va shakllari, shuningdek, statsionar avtotebranishlar rejimining mavjudligi faqat chiziqsiz tenglamalarni yechish orqali aniqlanishi mumkin. Ammo ko‘p erkinlik darajali tizimlar uchun bu masala katta murakkabliklar bilan bog‘liq bo‘ladi.

Boshqariluvchi g‘ildiraklarning avtotebranishlari avtomobilning normal ishlashiga salbiy ta’sir ko‘rsatadi va ularni bartaraf etish zarur.

Boshqariluvchi g‘ildiraklarning avtotebranishlarini o‘rganish vazifasi tebranish tizimi parametrlarining qanday nisbatlarda bo‘lishida avtotebranishlar paydo bo‘lishini aniqlashdan iborat. Bu nisbatlar amaliy jihatdan juda muhimdir. Ba’zi parametrlarni o‘zgartirish orqali tizimni avtotebranishdan tebranadigan holatdan chiqarish, ya’ni avtotebranishdan uyg‘onuvchi tebranishlarni bartaraf etish mumkin.

Ushbu amaliy jihatdan muhim masalani kichik tebranishlarni tadqiq etish asosida hal qilish mumkin, bunda harakat tenglamalari chiziqli shaklga keltiriladi.

Avtomobillarni ishlatish amaliyoti shuni ko‘rsatadiki, korpusning to‘g‘ri chiziqli harakati saqlanib turgan holatda ham boshqariluvchi g‘ildiraklarning

ISSN 3030-3907

to‘g‘ri chiziqli harakati turg‘un bo‘lmasligi mumkin. Bu holda, sirpanishsiz aylanish jarayonida turg‘unlikning yo‘qolishi tebranish xarakteriga ega bo‘ladi. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasini kurib chikamiz

$$\begin{aligned} \ddot{x}+bx+\frac{n+d}{2}y &= 0 \\ \ddot{y}+\frac{n+d}{2}x+fy &= 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

(1) tenglamaning birinchisini ikki marta differensiallaymiz

$$\frac{d^4x}{dt^4}+b\frac{d^2x}{dt^2}+(n+d)\frac{d^2y}{dt^2}=0 \qquad (2)$$

Bu yerda hosilani ikkinchi tenglamadagi ifodasi bilan almashtiramiz

$$\frac{d^4x}{dt^4}+b\frac{d^2x}{dt^2}-(n+d)((n+d)y+nx)=0 \qquad (3)$$

Birinchi tenglamadan y uchun ifodani topamiz

$$y=\frac{1}{n+d}\left(\frac{d^2x}{dt^2}+bx\right)=0 \qquad (4)$$

va uni (3) ga qo‘yamiz

$$\frac{d^4x}{dt^4}+(b+n+d)\frac{d^2x}{dt^2}+(n+d)(b+f)x=0 \qquad (5)$$

Natijada doimiy koeffitsiyentlarga ega to‘rtinchi tartibli chiziqli differensial tenglama hosil bo‘ladi. Unga mos xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\lambda^4+(b+nd)\lambda^2+(n+d)(b-f)=0 \qquad (6)$$

deb olib, quyidagi kvadrat tenglamadan V qiymatini aniqlaymiz:

Birinchi tenglamadan uchun $\lambda^2=k$ ifodani topamiz

$$k^2+(b+n+d)k+(n+d)(b-f)=0 \qquad (7)$$

Bu ifodadan

$$k=\frac{-(b+n+d)\pm\sqrt{(b+n+d)^2-4(n+d)(b-f)}}{2}$$

bo‘lgani uchun

$$(b+n+d)-4(n+d)(b-f)=b^2+f^2+d^2+2(f+d)(2n-b)$$

ikkita turlicha haqiqiy qiymatlar k_1 va k_2 hosil bo‘ladi.

Bu qiymatlar bir xil ishorali, ya’ni ularning ko‘paytmasi manfiy, chunki ularning yig‘indisi musbat.

$$\frac{1}{2(n+d)(b-f)}>0$$

Shunday qilib quyidagicha qo‘yamiz:

$$k_1=-\omega_1^2, \quad k_2=-\omega_2^2 \qquad (8)$$

Bu holda xarakteristik tenglamaniing ildizlari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

ISSN 3030-3907

$$\lambda_1=\omega_1 i\,,\quad \lambda_2=-\omega_1 i,\ \lambda_3=\omega_2 i,\ \lambda_4=-\omega_2 i \qquad (9)$$

Shunga muvofiq, (4) tenglamasining umumiy yechimi quyidagicha bo‘ladi:

$$x=A_1\sin(\omega_1 t+\alpha_1)+A_2\sin(\omega_2 t+\alpha_2) \qquad (10)$$

Bu yerda $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$ — ixtiyoriy doimiylar. y ni ifodasini (10) ni (4) ga qo‘yib olamiz, u quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$$y=B_1\sin(\omega_1 t+\alpha_1)+B_2\sin(\omega_2 t+\alpha_2) \qquad (11)$$

Biroq B_1 va B_2 doimiylar ixtiyoriy emas, balki A_1 va A_2 larga quyidagi munosabatlar orqali bog‘langan:

$$B_1=-\frac{2b-\omega_1^2}{f+d}A_1,\quad B_2=-\frac{2b-\omega_2^2}{f+d} \qquad (12)$$

Shunday qilib, ko‘rib chiqilayotgan tizimning tebranishlari ikki elementar tebranishdan iborat ekanligi aniqlandi, ya’ni:

$$X=A_1\sin(\omega_1 t+\alpha_1),\quad Y=B_1\sin(\omega_1 t+\alpha_1) \qquad (13)$$

chastotasi ω_1 bo‘lgan tebranish, va

$$X=A_2\sin(\omega_2 t+\alpha_2),\quad Y=B_2\sin(\omega_2 t+\alpha_2) \qquad (14)$$

– chastotasi ω_2 bo‘lgan tebranish.

Formuladagi ω_1^2-2b va ω_2^2-2b ko‘paytiruvchilar turli ishorali, chunki ω_1 va ω_2 tizimning o‘z tebranish chastotalaridir.

$$(\omega_1^2-2b)(\omega_2^2-2b)=\omega_1^2\omega_2^2-2b(\omega_1^2+\omega_2^2)+4b^2=k_1k_2+2b(k_1+k_2)4b^2=$$
$$=2(f+d)(b-n)-2b(2b+f+d)+4b^2=-2n(f+d)<0$$

Shuni ta’kidlaymizki, ular quyidagi tenglamaning ildizlari hisoblanadi:

$$\omega^4-(2b+f+d)\omega^2+2(f+d)(b-n)=0 \qquad (15)$$

bu tenglama (7) dan k ni $-\omega^2$ bilan almashtirish orqali hosil bo‘ladi. (8) va (15) dan ko‘rinib turibdiki, xarakteristik tenglama ildizlari mnim (haqiqiy emas)dir. Bu esa tizim noustuvor ekanligini anglatadi.

Doimiylar $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$ quyidagi boshlang‘ich shartlardan topiladi:

$$t=0,\quad x=x_0,\quad y=y_0 \qquad (15)$$

$$\dot{x}=0,\quad \dot{y}=0 \qquad (16)$$

(10), (11) va (12) ni hisobga olgan holda (16) dan:

$$A_1=\frac{x_0(d-\omega_1^2)y_0 d}{\omega_2^2-\omega_1^2},\quad A_2=\frac{x_0(d-\omega_1^2)y_0 d}{\omega_2^2-\omega_1^2} \qquad (17)$$

shuningdek, (17) dan:

$$\alpha_1=\alpha_2=\frac{\pi}{2}+n\pi,\quad n=\pm1,2,..... \qquad (18)$$

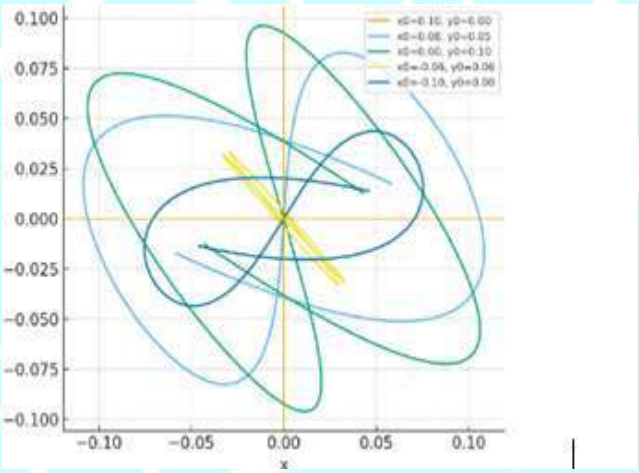
shu ko‘rinishni oladi:

ISSN 3030-3907

Bu tenglama tizim holatining vaqt bo'yicha o'zgarish fazoviy trayektoriyasini ifodalaydi, ya'ni

$$\arcsin\frac{xd+y\left(b-\omega_1^2\right)}{y_0\left(b-\omega_1^2\right)+x_0d}=\frac{\omega_1}{\omega_2}\arcsin\frac{y\left(b-\omega_2^2\right)+xd}{y_0\left(b-\omega_2^2\right)-x_0d} \qquad (19)$$

Bu yerda: b, d - mos ravishda g'ildiraklarning inerstion momenti va elastiklik bog'lanish koeffitsienti, ω_1, ω_2 - tebranishlarning tabiiy burchak tezliklari. x, y - g'ildirak markazining koordinatalari yoki tebranish holatini aniqlovchi o'zgaruvchilar; x_0, y_0 - boshlang'ich holatdagi koordinatalar. Agar ushbu fazoviy trayektoriya turg'un yopiq egri chiziq hosil qilsa tizim avtotebranish rejimiga o'tadi.



1-rasm. Tizimning dinamik xatti-harakatini ifodalovchi fazaviy portret.

Avtotebranish**larning yuzaga kelishi quyidagi shart bilan bog'liq:**

$$f\left(b,d,\omega_1,\omega_2\right)=0$$

Ya'ni tizim parametrlarining ma'lum bir nisbati mavjud bo'lib, ular avtotebranishhni qo'zg'atadi.

Agar tebranish chastotalari o'zaro muvofiqlashtirilmagan bo'lsa, ichki rezonans holati yuzaga keladi va boshqariluvchi g'ildiraklarda o'z-o'zidan uyg'onuvchi avtotebranishlar paydo bo'ladi. Natijada fazoviy tekislikda qurilgan faza portretlari, fazoviy egri chiziqlar va turg'unlik shartlari avtomobilning yo'nalish turg'unligini baholashda muhim ahamiyatga ega.

Olingan yechimdan ko'rinadiki:

a) Tizimning tabiiy chastotalari muvozanat holatiga katta ta'sir qiladi.

b) Kichik parametr o'zgarishlari ham boshqariluvchi g'ildiraklarda avtotebranishlarning paydo bo'lishiga olib keladi.

c) Turg'unlikning buzilishi umumiy harakat xavfsizligiga salbiy ta'sir ko'rsatadi.

Umumiy xulosa

Shunday qilib, boshqariluvchi g'ildiraklar tizimida avtotebranishlarning yuzaga kelishi parametrlarning noqulay nisbatlari**,** tebranish chastotalarining mos

ISSN 3030-3907

kelmasligi **va** xarakteristik tenglama ildizlarining kompleks ko‘rinish olishi bilan bog‘liq ekanligi aniqlandi. Olingan tenglamalar va fazoviy ifodalar avtomobilning yo‘nalish turg‘unligini tahlil qilishda hamda avtotebranishlarni oldini olish bo‘yicha texnik chora-tadbirlarni ishlab chiqishda qo‘l keladi.

ADABIYOTLAR

1. Tuliyev X.M., Igamberdiyev K.A. *Avtotransport vositalarining dinamik tahlili.* – Toshkent: TATU nashriyoti, 2023.
2. Романов А.А., Дроздов Ю.Н. *Динамика и устойчивост управляемых колес автомобиля.* – Москва: Машиностроение, 2019.
3. Коновалов А. С. *Теория автоколебаний в механических системах.* – Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020.
4. Илин А.М., Тарасов В.В. *Вибратсии в транспортных системах.* – Москва: Наука, 2021.
5. Baffet, G., Chevrel, P. “Vehicle Handling Stability Analysis Using Nonlinear Oscillation Models.” *Vehicle System Dynamics*, 2020.
6. Rajamani, R. *Vehicle Dynamics and Control.* Springer, 2022.
7. Xiong, Y., Zhang, H., Li, Q. “Self-Excited Vibrations in Steerable Wheels of Automobiles.” *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018.
8. Hrovat, D. “Dynamical Behavior of Road Vehicles with Steering Oscillations.” *Journal of Sound and Vibration*, 2021.
9. Genta, G., Morello, L. *The Automotive Chassis: Theory and Design.* Springer, 2019.
10. Hermann, J., Müller, S. “Stability Analysis of Steering Systems Under Small Disturbances.” *SAE Technical Paper Series*, 2020.

ISSN 3030-3907