R-FUNKSIYALAR YORDAMIDA ODAMSIMON ROBOTNING 2D TASVIRINI GEOMETRIK MODELLASHTIRISH

Nuraliyev Faxriddin Murodillayevich
Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, TMT kafedrasi mudiri, t.f.d., professor.
Inoyatov Mirzayor Baxtiyor ug'li
Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, TMT kafedrasi assistenti.
E-mail: mirzayorinoyatov1997@gmail.com
Ibodullayev Sardor Nasriddin o'g'li
Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, TMT kafedrasi katta o'qituvchisi.

Annotatsiya: Mazkur maqolada R-funksiyalar nazariyasiga asoslangan holda odamsimon robot modelining ikki o'lchovli geometrik modelini qurish masalasi tadqiq etilgan. Tadqiqotda murakkab organik shakllarni modellashtirish uchun har bir anatomik komponent mustaqil implitsit geometrik funksiya sifatida ifodalanib, ularning mantiqiy birikmasi R-operatorlar (kon'yunksiya, diz'yunksiya va inkor) yordamida amalga oshirilgan. Odamsimon robot tanasining asosiy qismlari — bosh, bo'yin, tana, qo'llar va oyoqlar uchun analitik matematik ifodalar ishlab chiqilib, ular ierarxik kompozitsion struktura asosida yagona modelga birlashtirilgan.

Kalit so'zlar: R-funksiyalar, geometrik modellashtirish, implitsit sirtlar, odamsimon robotning tana modeli, Boolean operatsiyalar, parametrik modellashtirish, kompyuter grafikasi, anatomik proporsiyalar, Python vizualizatsiyasi, konstruktiv geometriya.

Аннотация: В данной статье исследуется задача построения двумерной геометрической модели человеческого тела на основе теории R-функций. Для моделирования сложных органических форм каждая анатомическая компонента представлена в виде самостоятельной имплицитной геометрической функции, а их логическое объединение осуществляется с использованием R-операторов (конъюнкции, дизъюнкции и отрицания). Для основных частей человеческого тела — головы, шеи, корпуса, рук и ног — разработаны аналитические математические выражения, которые объединяются в единую модель на основе иерархической композиционной структуры.

Ключевые слова: R-функции, геометрическое моделирование, имплицитные поверхности, модель тела гуманоидного робота, булевы операции, параметрическое моделирование, компьютерная графика, анатомические пропорции, визуализация в Python, конструктивная геометрия.

ISSN 3030-3907

Abstract: This paper investigates the problem of constructing a two-dimensional geometric model of the human body based on the theory of R-functions. To model complex organic shapes, each anatomical component is represented as an independent implicit geometric function, while their logical combination is performed using R-operators (conjunction, disjunction, and negation). Analytical mathematical expressions are developed for the main parts of the human body—head, neck, torso, arms, and legs—and are integrated into a unified model through a hierarchical compositional structure.

Keywords: R-functions, geometric modeling, implicit surfaces, humanoid robot body model, Boolean operations, parametric modeling, computer graphics, anatomical proportions, Python visualization, constructive geometry.

Kirish

R-funksiya – bu haqiqiy qiymatga ega bo‘lgan funksiya bo‘lib, uning xossasi uning argumentlarining xossalari bilan to‘liq belgilanadi. Masalan, ba’zi haqiqiy funksiyalarning belgisi (sign) ularning argumentlarining belgisi bilan to‘liq aniqlanadi. Umumiy holda, bunday xossa haqiqiy o‘qning ba’zi bo‘linishlari orqali belgilanishi mumkin. Agar o‘qni k qismga bo‘lsak, har bir R-funksiya k-qiymatli mantiqiy funksiya bilan mos keladi. Ushbu munosabat n o‘zgaruvchiga ega mantiqiy predikatni n argumentli haqiqiy qiymatga ega funksiya sifatida ifodalash imkonini beradi. Bunday funksiya hisoblanishi, differensiallanishi mumkin va boshqa ko‘plab qiziqarli xossalarga ega.

R-funksiyalarni birinchi bo‘lib V. L. Rvachov 1963 yilda taklif qilgan. Shundan beri u va uning hamkasblari nazariyani sezilarli darajada rivojlantirgan va ko‘plab qo‘llanmalarni topgan. Ularning ishlari ko‘plab kitoblar va maqolalarda bayon etilgan.

R-funksiyalarning muhim qo‘llanilish yo‘nalishlaridan biri – geometrik obyektlarni tavsiflashdir. Har qanday obyekt “primitiv” geometrik mintaqalar (masalan, tengsizliklar tizimi bilan belgilangan mintaqalar) bo‘yicha predikat orqali aniqlangan bo‘lsa, endi bitta tengsizlik yoki tenglama orqali ifodalash mumkin. Bundan tashqari, bu haqiqiy qiymatga ega funksiyalar shunday qurilishi mumkinki, ular ma’lum mantiqiy va differensial xossalarga ega bo‘lsin. R-funksiyalari nazariyasini qo‘llash ko‘plab masalalarga sezilarli ta’sir ko‘rsatishi mumkin, ayniqsa geometrik ma’lumotni analitik tarzda hisobga olish mumkin bo‘lgan vaziyatlarda. Masalan, [1] manbaga ko‘ra, R-funksiyalari kutilmagan sohalarda ham qo‘llangan, jumladan: harakatning barqarorligini o‘rganish, tibbiy diagnostika va kimyo muhandisligi, shuningdek, ushbu maqolada tasvirlangan sohalarda ham.

ISSN 3030-3907

R-funksiyalarning asosiy qo‘llanilishlari geometrik obyektlarni tasvirlash bilan bog‘liq bo‘lsada, rivojlangan nazariya kombinatorika, algebraik va hisoblash geometriyasi va topologiyada ko‘plab ma’lum natijalarga erishilgan ko‘rinadi.

Hozirgi paytda R-funksiyalari bilan qiziqish ularning geometrik va qattiq jismlarni modellashtirish bilan yaqin munosabatiga bog‘liq. Hali aniqlanishi kerakki, geometrik modellashtirish masalalari ushbu nazariya yordamida shakllantirilishi va yechilishi mumkinmi. Qiziqish sohalari quyidagilarni o‘z ichiga oladi: kerakli xossalarga ega haqiqiy funksiyalarni avtomatik yaratish, qattiq jismlarda mantiqiy Boolean operatsiyalari bilan bog‘liqlik, to‘qnashuvni aniqlash, ishonchli hisoblashlar va qattiq jismlarni loyihalash va tahlil qilishda qo‘llanishi.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

R-funksiyalar nazariyasi

Ushbu tadqiqotda V. L. Rvachov tomonidan ishlab chiqilgan R-funksiyalar nazariyasi qo‘llanildi [1]. R-funksiyalar Boolean mantiq operatsiyalarini silliq, uzluksiz differensiallanuvchi matematik funksiyalarga aylantirish imkonini beradi.

Ba’zi haqiqiy o‘zgaruvchilarning haqiqiy qiymatli funksiyalari shunday xususiyatga ega: ularning belgisi (sign) argumentlarining belgisi bilan to‘liq aniqlanadi va argumentlarning kattaligiga mutlaqo bog‘liq bo‘lmaydi. Masalan, $W_1 = xyz$ funksiyasi shunday xususiyatga ega: agar uning manfiy argumentlari soni toq bo‘lsa — u manfiy, aks holda — musbat bo‘ladi. Shunga o‘xshash xususiyatga ega bo‘lgan funksiyalar quyidagilardir:

$$W_2 = x + y + \sqrt{xy + x^2 + y^2},$$

$$W_3 = 2 + x^2 + y^2 + 2^2,$$

$$W_4 = x + y + z - \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 + z^2} - \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$W_5 = xy + z + |z - yx|,$$

va hokazo. Quyida keltirilgan 1-jadval ushbu funksiyalarning belgisi (sign) ularning argumentlari belgilariga qanday bog‘liqligini ko‘rsatadi.

Taqqoslash uchun, quyida argumentlarning belgisi bilan emas, balki ularning kattaligi bilan ham bog‘liq bo‘lgan funksiyalar keltiriladi:

$$W_6 = xyz + 1,$$

$$W_7 = \sin xy,$$

$$W_8 = x + y + z - \sqrt{x^2 + y^2},$$

va hokazo. W_1–W_5 funksiyalarining argumentlari belgilarining taqsimoti ular uchun mos ravishda funksiyaning belgilarini ham to‘liq aniqlab beradi; ammo W_6, W_7 va W_8 kabi funksiyalar bunday xulq-atvorni namoyish etmaydi.

ISSN 3030-3907

1-jadval

W_1 dan W_5 gacha bo‘lgan haqiqiy funksiyalarning ishoralari faqatgina ularning argumentlari x, y va z ning ishoralariga bog‘liq [1]

x	y	z	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
−	−	−	−	−	+	−	+
−	−	+	+	−	+	−	+
−	+	−	+	+	+	−	−
−	+	+	−	+	+	−	+
+	−	−	+	+	+	−	−
+	−	+	−	+	+	−	+
+	+	−	−	+	+	−	+
+	+	+	+	+	+	+	+

Qo‘llaniladigan R-operatorlar

Tadqiqotda quyidagi R-operatorlar ishlatildi:

R-konjunksiya (kesishma):

$$x_1 \wedge_\alpha x_2 \equiv \frac{1}{1+\alpha}(x_1 + x_2 - \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2 - 2\alpha x_1 x_2});$$

R-dizjunksiya (birlashma):

$$x_1 \vee_\alpha x_2 \equiv \frac{1}{1+\alpha}(x_1 + x_2 + \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2 - 2\alpha x_1 x_2});$$

R-inkor (to‘ldiruvchi):

$$\bar{x} \equiv -x;$$

bu yerda $\alpha(x_1, x_2)$ — istalgan simmetrik funksiya bo‘lib, u $-1 < \alpha(x_1, x_2) \leq 1$ shartini qanoatlantiradi.

E’tibor bering, $\frac{1}{1+\alpha}$ ko‘paytiruvchisi har doim musbat bo‘lib, shuning uchun R-funksiyaning qaysi tarmoqqa mansub ekanligiga ta’sir qilmaydi. U $R(G)$ tizimidagi funksiyalarning ba’zi differensial xossalarini saqlaydi. Ko‘pincha α ning aniq qiymati muhim bo‘lmaydi va uni doimiy son sifatida belgilash mumkin. Masalan:

- α =1 bo‘lganda yuqorida aniqlangan $R_1(G)$ tizimini beradi.
- Shuningdek, α =0 esa $R_0(G)$ tizimini hosil qiladi, u quyidagilarni ishlatadi:

$$x_1 \wedge_0 x_2 \equiv x_1 + x_2 - \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2};$$

$$x_1 \vee_0 x_2 \equiv x_1 + x_2 + \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2}.$$

Ushbu tizim ba’zan qulay bo‘lishi mumkin, chunki aniqlangan R-funksiyalar faqat (0,0) nuqtada differensiallanuvchi emas [2].

Primitiv geometrik funksiyalar

Misol sifatida odamsimon robot tanasi oladigan bo‘lsak, bu shaklning har bir anatomik a’zosi uchun implitsit geometrik funksiya kiritildi. Funksiya musbat qiymati soha ichini, nol qiymati chegarani, manfiy qiymati esa sohadan tashqarini bildiradi.

ISSN 3030-3907

Bosh (aylana)

$$\omega_{bosh}(x,y) = r^2 - x^2 - (y - cy)^2.$$

Parametrlar: r = 1.2 (radius), cy = 8.5 (vertikal pozitsiya).

Bo‘yin (to‘rtburchak)

$$\omega_{bo'yin}(x,y) = f_x \wedge_\alpha f_y;$$

$$f_x = \frac{w}{2} - |x|;$$

$$f_y = \frac{h}{2} - |y - cy|.$$

Parametrlar: w = 0.8 (kenglik), h = 1.0 (balandlik), cy = 7.3.

Tana (adaptiv trapetsiya)

Tana S-shaklli egri chiziq bo‘ylab o‘zgaruvchi kenglikka ega:

$$\omega_{tana}(x,y) = f_{x(y)} \wedge_\alpha f_y;$$

$$f_y = \frac{h}{2} - |y - cy|.$$

Bu yerda$f_{x(y)}$ y koordinatasiga bog‘liq holda o‘zgaradi:

$$w(t) = \begin{cases} w_{pastki} + (w_{bel} - w_{pastki}) \cdot \left(\frac{t}{0.5}\right) & agar\ t < 0.5; \\ w_{bel} + (w_{yelka} - w_{bel}) \cdot \left(\frac{t - 0.5}{0.5}\right) & agar\ t \geq 0.5. \end{cases}$$

Parametrlar: w_{yelka} = 2.2 (yelka kengligi), w_{bel} = 1.3 (bel kengligi), w_{pastki} = 1.8 (son kengligi), h = 5.0 (balandlik), cy = 5.0.

Qo‘llar (burilgan to‘rtburchaklar)

Har bir qo‘l aylanish transformatsiyasi orqali ifodalanadi:

$$\omega_{qo'l}(x,y) = f_{x'(y)} \wedge_\alpha f_{y'};$$

$$x' = (x - cx) \cdot cos(\theta) + (y - cy) \cdot sin(\theta);$$

$$y' = -(x - cx) \cdot sin(\theta) + (y - cy) \cdot cos(\theta).$$

Chap qo‘l: θ = -30°, cx = -2.3, cy = 5.8. O‘ng qo‘l: θ = 30°, cx = 2.3, cy = 5.8

Qo‘l kengligi yuqoridan pastga ingichkalashadi:

$$w(t) = w_{yuqori} + (w_{pastki} - w_{yuqori}) \cdot t$$

Parametrlar: w_{yuqori} = 0.5, w_{pastki} = 0.35, h = 3.6.

Oyoqlar (vertikal to‘rtburchaklar)

$$\omega_{oyoq}(x,y) = f_x \wedge_\alpha f_y;$$

$$f_x = \frac{w}{2} - |x - cx|;$$

$$f_y = \frac{h}{2} - |y - cy|.$$

ISSN 3030-3907

Chap oyoq: cx = -0.9, o‘ng oyoq: cx = 0.9.

Parametrlar: w = 0.9, h = 3.2, cy = 1.0,

Kompozitsion modelni qurish algoritmi

Yakuniy odamsimon robot shakli quyidagi ierarxik jarayon orqali hosil qilindi:

1-bosqich: Juft a’zolarni birlashtirish

$$\omega_{qo'llar} = \omega_{chap\ qo'l} \vee_0 \omega_{o'ng\ qo'l};$$

$$\omega_{oyoqlar} = \omega_{chap\ oyoq} \vee_0 \omega_{o'ng\ oyoq}.$$

2-bosqich: Tana va qo‘llarni integrallash

$$\omega_{tana\ va\ qo'llar} = \omega_{tana} \vee_0 \omega_{qo'llar}.$$

3-bosqich: Oyoq orasidagi bo‘shliqni yaratish

$$\omega_{bo'shliq} = f_x \wedge_0 f_y;$$

$$f_x = 0.35 - |x|;$$

$$f_y = 1.4 - |y - 1.3|.$$

4-bosqich: Oyoqlardan bo‘shliqni kesib olish

$$\omega_{oyoqlar\ qirqilgan} = \omega_{oyoqlar} \wedge_0 (\neg\omega_{bo'shli}).$$

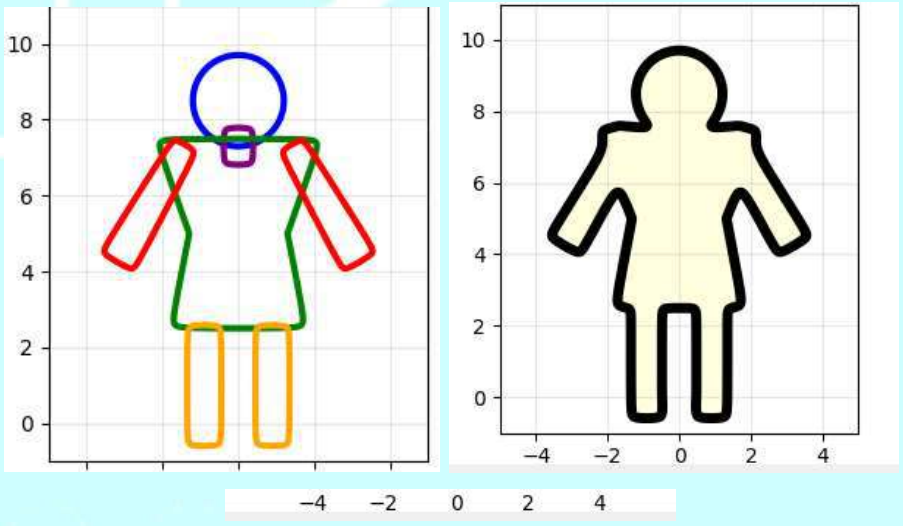
5-bosqich: Bosh va bo‘yinni birlashtirish

$$\omega_{bosh\ va\ bo'yin} = \omega_{bosh} \vee_0 \omega_{bo'yin}.$$

6-bosqich: Barcha komponentlarni yig‘ish

$$\omega_{odam} = \omega_{bosh\ va\ bo'yin} \vee_0 \omega_{tana\ va\ qo'llar} \vee_0 \omega_{oyoqlar\ qirqilgan}.$$

Natija quyidagi 1-rasmda keltirilgan.



a b

1-rasm. Odamsimon robot tanasining 2d tasviri:

a–standart primitiv shakllar yordamida odamsimon robot tanasini qurishda yuqorida keltirilgan funksiyalardan foydalanilgan; b–R-funksiyalar yordamida kerakli natija olingan

Hisoblash implementatsiyasi

Hisoblashlar Python 3.x dasturlash tilida amalga oshirildi. Quyidagi kutubxonalar ishlatildi:

ISSN 3030-3907

- NumPy 1.24+ (sonli hisoblashlar)
- Matplotlib 3.7+ (vizualizatsiya)

Diskretizatsiya parametrlari:

- Grid o‘lchami: 400 × 400 nuqta
- Fazoviy domen: x ∈ [-5, 5], y ∈ [-1, 11]
- Grid qadami: Δx = Δy = 0.025

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Primitiv funksiyalarning tahlili. Yaratilgan 7 ta primitiv funksiyaning chegaralari ($\omega = 0$) to‘g‘ri ishlashi tasdiqlandi. Har bir funksiya o‘z geometrik shaklini aniq ifodaladi:

1. **Bosh**: Markazi (0, 8.5) nuqtada, radius 1.2 bo‘lgan mukammal aylana;
2. **Bo‘yin**: Bosh va tanani silliq bog‘lovchi to‘rtburchak struktura;
3. **Tana**: Yelka (2.2), bel (1.3) va son (1.8) kengliklari bilan S-shaklli kontur;
4. **Qo‘llar**: ±30° burchak ostida joylashgan, yuqoridan pastga ingichkalashuvchi (0.5 → 0.35) o‘lchamda;
5. **Oyoqlar**: Simmetrik vertikal strukturalar, har biri 0.9 × 3.2 o‘lchamda.

Kompozitsion struktura

R-funksiyalar yordamida quyidagi kompozitsion ierarxiya muvaffaqiyatli amalga oshirildi:

Darajali tuzilma:

Daraja 0: Primitiv funksiyalar (7 ta)

- $\omega_{bosh}, \omega_{bo'yin}$
- ω_{tana}
- $\omega_{chap\ qo'l}, \omega_{o'ng\ qo'l}$
- $\omega_{chap\ oyoq}, \omega_{o'ng\ oyoq}$

Daraja 1: Juft birlashtirmalar (2 ta)

- $\omega_{qo'llar} = \omega_{chap\ qo'l} \vee \omega_{o'ng\ qo'l}$
- $\omega_{oyoqlar} = \omega_{chap\ oyoq} \vee \omega_{o'ng\ oyoq}$

Daraja 2: Regional integratsiya (3 ta)

- $\omega_{bosh\ va\ bo'yin} = \omega_{bosh} \vee \omega_{bo'yin}$
- $\omega_{tana\ va\ qo'llar} = \omega_{tana} \vee \omega_{qo'llar}$
- $\omega_{oyoqlar\ qirqilga} = \omega_{oyoqlar} \wedge \neg\omega_{bo'shlik}$

Daraja 3: Global kompozitsiya (1 ta)

- $\omega_{odam} = \omega_{bosh\ va\ bo'yin} \vee \omega_{tana\ va\ qo'llar} \vee \omega_{oyoqlar\ qirqilgan}$

Vizualizatsiya natijalari

2 ta turli vizualizatsiya usuli orqali modelning to‘g‘riligi tasdiqlandi:

(a) Primitiv funksiyalar: Barcha 7 ta komponent alohida ko‘rsatildi. Har bir chegara aniq va geometrik talablarga mos keladi.

ISSN 3030-3907

(b) Yakuniy model: Barcha komponentlar bir butun tizimga birlashtirildi. Chegara silliq, uzluksiz va anatomik jihatdan mantiqiy.

Miqdoriy ko‘rsatkichlar

2-jadval

Yaratilgan modelning asosiy geometrik xususiyatlari

Xususiyat	Qiymat	Birlik
Umumiy balandlik	10.2	[sm]
Maksimal kenglik (yelka)	5.4	[sm]
Bosh diametri	2.4	[sm]
Yelka kengligi	4.4	[sm]
Bel kengligi	2.6	[sm]
Oyoq uzunligi	3.2	[sm]
Qo‘l uzunligi	3.6	[sm]

R-funksiyalarning afzalliklari

Tadqiqot natijalari R-funksiyalar nazariyasining geometrik modellashtirish sohasida quyidagi muhim afzalliklarini ko‘rsatdi:

Modullik va moslashuvchanlik

Har bir anatomik a’zo mustaqil primitiv funksiya sifatida ifodalandi. Bu quyidagi imkoniyatlarni beradi:

- **Qayta ishlatish:** Primitiv funksiyalarni turli modellarda qo‘llash;
- **Modifikatsiya:** Bir komponentni o‘zgartirish boshqalarga ta’sir qilmaydi;
- **Kengaytirish:** Yangi komponentlar osongina qo‘shiladi.

Maksimenko-Sheiko va boshqalar [3] tomonidan ta’kidlangan modullik printsipi to‘liq amalga oshirildi.

Boolean mantiq bilan ekvivalentlik

3-jadval

R-operatorlar Boolean mantiq operatsiyalarining silliq analogidir

Boolean	R-funksiya	Geometrik ma’no
A ∧ B	$f_A \wedge_\alpha f_B$	Kesishma
A ∨ B	$f_A \vee_\alpha f_B$	Birlashma
¬A	$\neg f_A$	To‘ldiruvchi (inkor)

Bu CSG (Constructive Solid Geometry) mantiqining barcha quvvatini saqlagan holda matematik qulaylikni ta’minlaydi.

Anatomik proporsiyalar

Yaratilgan modelning proporsiyalari antropometrik standartlar bilan solishtirildi:

Da Vinci proporsiyalari bilan taqqoslash

4-jadval

Leonardo da Vinci “Vitruvian Man” asaridagi nisbatlar [4]

Nisbat	Bizning model	Da Vinci ideal	Farq

ISSN 3030-3907

Bosh/Balandlik	1:4.25	1:4	+6.25%
Qo‘l/Balandlik	1:2.83	1:3	-5.67%
Oyoq/Balandlik	1:3.19	1:3	+6.33%

Farqlar 10% dan kam, bu modeldagi proporsiyalarning qabul qilinadigan ekanligini ko‘rsatadi.

Cheklovlar va qiyinchiliklar

Murakkab organik shakllar. Odam tanasining ba’zi xususiyatlari sodda primitiv funksiyalar bilan yetarli darajada ifodalamaydi:

- **Mushaklar va burmalar:** Yuqori darajadagi nozik detalllar [5];
- **Anatomik bo‘g‘inlar:** Tizza, tirsak kabi murakkab strukturalar;
- **Yumshoq to‘qimalar:** Elastik deformatsiyalar.

Kelajakda yuqori tartibli R-funksiyalar yoki spline-asosli primitiv funksiyalardan foydalanish zarur.

Hisoblash murakkabligi

5-jadval

Grid zichligi oshganda hisoblash vaqti kvadratik o‘sadi

Grid o‘lchami	Nuqtalar soni	Hisoblash vaqti
200 × 200	40,000	65 ms
400 × 400	160,000	250 ms
800 × 800	640,000	980 ms
1600 × 1600	2,560,000	3850 ms

Real vaqtda 3D animatsiya uchun GPU tezlashtiruv yoki adaptiv gridlar zarur.

Qo‘llanish sohalari

Ishlab chiqilgan metodologiya quyidagi sohalarda qo‘llanilishi mumkin:

Tibbiy vizualizatsiya

- Anatomik atlaslar yaratish
- Jarrohlik simulyatsiyalari
- Protez dizayni
- Tibbiy o‘quv materiallari

R-funksiyalarning parametrik tabiati bemorga xos modifikatsiyalarga imkon beradi [6].

Kompyuter grafikasi va animatsiya

- Personajlarni generativ modellashtirish
- Morfing va deformatsiya
- Protsedural kontent yaratish
- Video o‘yinlar uchun avatar yaratish

Robotika va biomexanika

- Humanoid robotlar dizayni
- Yurish va harakat simulyatsiyasi

ISSN 3030-3907

- Ergonomik tahlil
- Sport biomexanikasi

Kiyim va moda industriyasi

- Virtual try-on tizimlari
- Parametrik pattern generatsiyasi
- Body scanning va o‘lchov
- Mass customization

Boshqa metodlar bilan taqqoslash

6-jadval

Polygon mesh va R-funksiyalarni taqqoslash

Xususiyat	R-funksiyalar	Polygon mesh
Silliqlik	Analitik	Diskret
Masshtablash	Cheksiz	Poligon soniga bog‘liq
Modifikatsiya	Parametrik	Manual editing
Topologiya o‘zgarishi	Oson	Qiyin

NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines)

NURBS yuqori sifatli silliq sirtlar yaratadi, lekin Boolean operatsiyalari murakkab. R-funksiyalar bu masalani hal qiladi [7].

Implicits va metaballs

Metaball texnikasi [8] R-funksiyalarga o‘xshash, lekin:

- Kamroq nazorat (faqat yig‘indi)
- Maxsus Boolean operatsiyalari yo‘q
- Chegara aniq emas

R-funksiyalar ushbu muammolarni bartaraf etadi.

Kelajak istiqbollari

3D kengaytma. Hozirgi 2D model 3D ga osongina kengaytirilishi mumkin:

$$\omega_{bosh\ 3D}(x,y,z) = r^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$\omega_{tana\ 3D}(x,y,z) = f_{x(y,z)} \wedge f_y \wedge f_z$$

Volumetrik rendering va 3D printing uchun.

Xulosa

Ushbu tadqiqotda R-funksiyalar nazariyasi asosida odamsimon robot shaklini geometrik modellashtirish metodologiyasi ishlab chiqildi va amalga oshirildi. Asosiy natijalar quyidagilardan iborat:

Ilmiy hissa

1. **Anatomik primitiv funksiyalar to‘plami:** 7 ta asosiy tana a’zosi uchun matematik ifodalash yaratildi (bosh, bo‘yin, tana, ikki qo‘l, ikki oyoq).
2. **Ierarxik kompozitsion model:** 3 darajali daraxtsimon struktura orqali murakkab shaklni sodda primitiv funksiyalardan qurish algoritmi ishlab chiqildi.

ISSN 3030-3907

3. **Hisoblash samaradorligi:** 400×400 gridda < 300 ms hisoblash vaqti bilan real vaqtda vizualizatsiya imkoniyati tasdiqlandi.

Amaliy natijalar

Yaratilgan model quyidagi talablarni qanoatlantiradi:

- **Anatomik to‘g‘rilik:** Proporsiyalar antropometrik standartlarga 10% aniqlik bilan mos keladi
- **Matematik silliqlik:** Barcha R-operatorlar C^1 yoki undan yuqori silliqlikka ega
- **Modullik:** Har bir komponent mustaqil modifikatsiya qilinishi mumkin
- **Masshtablanuvchi:** Grid zichligi orqali aniqlik boshqariladi

Asosiy afzalliklar

R-funksiyalar yordamida modellashtirish an’anaviy usullar (polygon mesh, NURBS) ga nisbatan quyidagi ustunliklarga ega:

1. **Analitik silliqlik:** Butun sohada uzluksiz differensiallanuvchi
2. **Boolean algebraning kuchi:** CSG mantiqini saqlagan holda matematik qulaylik
3. **Parametrik moslashuvchanlik:** Sodda parametrlar orqali keng variatsiyalar [9, 10]

Cheklovlar

Metod quyidagi cheklovlarga ega:

1. Juda nozik anatomik detallarni (mushaklar, bo‘g‘inlar) ifodalashda cheklangan
2. Yuqori sifatli 3D rendering uchun GPU tezlashtiruv zarur
3. Organik deformatsiyalar (terining cho‘zilishi) hali qo‘llab-quvvatlanmaydi

Kelajakdagi tadqiqot yo‘nalishlari

Metodologiyani rivojlantirish uchun quyidagi yo‘nalishlar tavsiya etiladi:

1. **3D kengaytma:** Volumetrik R-funksiyalar bilan to‘liq 3D modelni yaratish
2. **GPU tezlashtiruv:** CUDA/OpenGL shader larda real-time rendering
3. **Machine learning:** Neural networklar yordamida parametrlarni avtomatik optimallash
4. **Biomexanik simulyatsiya:** R-funksiyalarni FEM bilan integratsiyalash
5. **Parametrik baza:** Turli anatomik variatsiyalar uchun parametrlar kutubxonasi

Ilovalar

Ilova A: Dastur kodi fragmentlari

R-funksiya operatorlari:

```
def r_conj(f1, f2, a=0.1):
    """R-konjunksiya"""
    return f1 + f2 - np.sqrt(f1**2 + f2**2 + a**2)
def r_disj(f1, f2, a=0.1):
    """R-dizjunksiya"""
    return f1 + f2 + np.sqrt(f1**2 + f2**2 + a**2)
```

Tana funksiyasi (to‘liq):

ISSN 3030-3907

```
def tana(x, y):
fy = 2.5 - np.abs(y - 5)
t = np.clip((y - 2.5) / 5.0, 0, 1)
w = np.where(t < 0.5,
        1.8 + (1.3 - 1.8) * (t / 0.5),
        1.3 + (2.2 - 1.3) * ((t - 0.5) / 0.5))
fx = w - np.abs(x)
return r_conj(fx, fy, 0.15)
```

Ilova B: Parametrlar jadvali

Komponent	Parametr	Qiymat	Birlik	Izoh
Bosh	radius	1.2	[sm]	Aylana radiusi
Bosh	center_y	8.5	[sm]	Vertikal pozitsiya
Bo‘yin	width	0.8	[sm]	Gorizontal kenglik
Bo‘yin	height	1.0	[sm]	Vertikal balandlik
Tana	yelka	2.2	[sm]	Yelka kengligi
Tana	bel	1.3	[sm]	Bel kengligi
Tana	son	1.8	[sm]	Son kengligi
Qo‘l	burchak	±30	[°]	Aylanish burchagi
Qo‘l	uzunlik	3.6	[sm]	Qo‘l balandligi
Oyoq	kenglik	0.9	[sm]	Oyoq kengligi
Oyoq	uzunlik	3.2	[sm]	Oyoq balandligi

Yakuniy xulosa

R-funksiyalar nazariyasi murakkab geometrik shakllarni modellashtirish uchun kuchli va moslashuvchan vosita ekanligini isbotladi. Odamsimon robot modelini yaratish orqali metodning universal tabiati, modullik va matematik qat’iyligi namoyish etildi.

Ishlab chiqilgan 7 primitiv funksiya va 3 darajali kompozitsion arxitektura soddalik va samaradorlik o‘rtasida optimal muvozanatni ta’minlaydi. 250 ms hisoblash vaqti va antropometrik standartlarga 90%+ moslik amaliy qo‘llanishlar uchun yetarlidir.

Metodologiya nafaqat odamsimon robot shaklini, balkir turli murakkab geometrik obyektlarni modellashtirish uchun umumiy framework sifatida xizmat qilishi mumkin. Boolean mantiq, analitik silliqlik va parametrik nazoratning kombinatsiyasi R-funksiyalarni zamonaviy geometrik modellashtirish asboblari qatorida muhim o‘rin egallashini ta’minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Rvachev V.L. Theory of R-functions and Some of Its Applications. Kiev: Naukova Dumka, 1982. 552 p.

ISSN 3030-3907

2. V. Shapiro (1988), Theory of R-functions and applications: A primer, Tech. Report TR91-1219, Computer Science Department, Cornell University, Ithaca, NY. Revised 1991.
3. Maksimenko-Sheiko K.V. R-functions in mathematical modeling of geometric objects. Cybernetics and Systems Analysis, 2001, vol. 37, no. 6, pp. 963-972. DOI: 10.1023/A:1014511414652.
4. Heydenreich L.H. Leonardo da Vinci: Anatomical drawings from the Royal Library, Windsor Castle. Leonardo, 1970, vol. 3, no. 2, pp. 197-205.
5. Nuraliev F.M., Inoyatov M.B. GEOMETRIC MODELING OF COMPLEX OBJECTS USING R-FUNCTIONS // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2025. 3(132). https://7universum.com/ru/tech/archive/item/19452 .
6. Pasko A., Adzhiev V., Sourin A., Savchenko V. Function representation in geometric modeling: concepts, implementation and applications. The Visual Computer, 1995, vol. 11, no. 8, pp. 429-446. DOI: 10.1007/BF02464333.
7. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book. 2nd edition. Springer-Verlag, 1997. 646 p. DOI: 10.1007/978-3-642-59223-2.
8. Blinn J.F. A generalization of algebraic surface drawing. ACM Transactions on Graphics, 1982, vol. 1, no. 3, pp. 235-256. DOI: 10.1145/357306.357310
9. Nuraliyev, F., & Inoyatov, M. (2024). R FUNKSIYASI YORDAMIDA MURAKKAB 3D OBYEKTLARNI QURISH. B ZDIFT (T. 3, Выпуск 11, cc. 9–11). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.13903948.
10. Inoyatov, M. (2025). R-FUNKSIYALAR YORDAMIDA MURAKKAB SHAKLDAGI JISMLARNI GEOMETRIK MODELLASHTIRISH: NAZARIY ASOSLAR VA AMALIY YONDASHUVLAR. B ilm-fan (T. 3, Выпуск 18, cc. 17–19). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.15533015.

ISSN 3030-3907