QOVUSHQOQ-ELASTIK MATERIALLARDAN TASHKIL TOPGAN KO‘P QATLAMLI SFERIK JISMNING ERKIN TEBRANISHLARI

Jalolov Farruh Baxshullayevich
Osiyo xalqaro universitet, Umumtexnik fanlar kafedrasi o‘qituvchisi
E-mail: jalolovfarruh2@mail.ru

Annotatsiya. Mazkur maqolada ko‘p qatlamli qovushqoq-elastik sferik qobiqning erkin chiziqli tebranishlarini tadqiq etishga bag‘ishlangan nazariy model ishlab chiqilgan. Har bir qatlamning dinamik holati kompleks koeffitsiyentlarga ega bo‘lgan Lame tipidagi differensial tenglamalar orqali ifodalanib, bu tenglamalar materiallarning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olish imkonini beradi. Qatlamlararo chegaralarda konstruksiyaning to‘liq birikkanligi faraz qilinib, natijada ko‘chish komponentlari hamda normal va tangensial kontakt kuchlanishlarining uzluksizligi shartlari qo‘yiladi. Erkin tebranishlar masalasini yechish jarayonida Grin–Lamb almashtirilishidan foydalanilib, sferik koordinatalar sistemasida to‘lqin tenglamasi keltirib chiqariladi. Ushbu tenglamaning umumiy yechimi Bessel va Neyman tipidagi maxsus funksiyalar yordamida analitik shaklda ifodalanadi. Natijada tebranish chastotalarini aniqlovchi xususiy tenglama yopiq ko‘rinishda olinadi hamda uning kompleks ildizlari Myuller sonli usuli asosida hisoblanadi. Materiallarning reologik xatti-harakatini adekvat tavsiflash maqsadida uch parametrli kuchsiz Rjanitsen–Koltunov yadrosiga asoslangan integral model qo‘llaniladi. O‘tkazilgan sonli hisoblashlar natijalari shuni ko‘rsatadiki, qovushqoq-elastik materiallarning cheklangan to‘plamidan shakllantirilgan ko‘p qatlamli sferik qobiqlar bir qatlamli konstruksiyalarga nisbatan erkin tebranishlarni samaraliroq so‘ndirish xususiyatiga ega bo‘lib, tebranish amplitudalarining sezilarli darajada kamayishini ta’minlaydi.

Kalit so‘zlar: Qovushqoq-elastik muhit bilan kontaktda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jism, erkin tebranishlar, chastota, qovushqoqlik.

Аннотация. В данной статье разработана теоретическая модель, посвященная исследованию свободных линейных колебаний многослойной вязкоупругой сферической оболочки. Динамическое состояние каждого слоя описывается дифференциальными уравнениями типа Ламе с комплексными коэффициентами, которые позволяют учитывать вязкоупругие свойства материалов. Предполагается, что конструкция полностью соединена на межслойных границах, в результате чего устанавливаются условия непрерывности компонентов перемещения, а также нормальных и тангенциальных контактных напряжений. В процессе решения задачи о свободных колебаниях используется преобразование Грина-Ламба и выводится волновое уравнение в сферической системе координат. Общее

ISSN 3030-3907

решение этого уравнения выражается в аналитической форме с помощью специальных функций типа Бесселя и Неймана. В результате частное уравнение, определяющее частоты колебаний, получается в замкнутом виде, а его комплексные корни вычисляются на основе численного метода Мюллера. Для адекватного описания реологического поведения материалов используется интегральная модель, основанная на трехпараметрическом слабом ядре Ржаницена-Колтунова. Результаты численных расчетов показывают, что многослойные сферические оболочки, сформированные из ограниченного набора вязкоупругих материалов, обладают более эффективными свойствами гашения свободных колебаний, чем однослойные конструкции, что обеспечивает значительное уменьшение амплитуд колебаний.

Ключевые слова: Деформируемое сферическое тело, находящееся в контакте с вязкоупругой средой, свободные колебания, частота, вязкость.

Abstract. In this article, a theoretical model devoted to the study of free linear oscillations of a multilayer viscoelastic spherical shell is developed. The dynamic state of each layer is described by differential equations of the Lame type with complex coefficients, which allow taking into account the viscoelastic properties of the materials. Assuming the complete connection of the structure at the interlayer boundaries, the conditions for the continuity of the displacement components and the normal and tangential contact stresses are imposed. In the process of solving the problem of free oscillations, the Green-Lamb transform is used to derive the wave equation in a spherical coordinate system. The general solution of this equation is expressed in analytical form using special functions of the Bessel and Neumann types. As a result, the partial equation determining the oscillation frequencies is obtained in closed form, and its complex roots are calculated based on the Müller numerical method. In order to adequately describe the rheological behavior of materials, an integral model based on a weak three-parameter Rjanitsen-Koltunov kernel is used. The results of numerical calculations show that multilayer spherical shells, formed from a limited set of viscoelastic materials, have the ability to suppress free oscillations more effectively than single-layer structures, ensuring a significant reduction in the amplitude of oscillations.

Keywords: Deformable spherical body in contact with a viscoelastic medium, free oscillations, frequency, viscosity.

1. KIRISH

Qovushqoq-elastik qatlamli sharsimon qobiqlar muhandislik va qurilish amaliyotida keng qo‘llanilishi bilan ajralib turadi. Shu sababli, turli xil tashqi yuklamalar ta’sirida qobiqsimon konstruksiyalarning dinamik xatti-harakatini

ISSN 3030-3907

tadqiq etishga bo‘lgan ilmiy qiziqish so‘nggi yillarda sezilarli darajada ortdi. Xususan, qatlamli kompozit sferik qobiqlar agressiv va zaharli kimyoviy moddalarni saqlash uchun mo‘ljallangan rezervuarlar sifatida keng qo‘llaniladi. Bundan tashqari, Yer sharini ham murakkab ko‘p qatlamli tuzilishga ega bo‘lgan sferik qobiq modeli sifatida qarash mumkin.

Ilgari olib borilgan tadqiqotlarda elastik hamda suyuq muhitlar bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik va silindrsimon qobiqlarning erkin tebranish chastotalari va shakllari asimptotik usullar yordamida o‘rganilgan. Ushbu ishlarda chastotalarni aniqlash uchun soddalashtirilgan taxminiy formulalar keltirib chiqarilgan bo‘lib, ular asosida erkin tebranishlarning mos shakllari qurilgan.

Mazkur ishda siqiladigan suyuqlik bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan yupqa devorli sharsimon qobiqning erkin tebranishlari masalasi ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot davomida qobiqning geometrik va fizik-mexanik parametrlarining erkin tebranish chastotalariga ta’siri tahlil qilinadi hamda ushbu parametrlarning o‘zgarishiga bog‘liq holda chastotalarning sifat jihatdan baholanishi amalga oshiriladi. To‘ldiruvchi muhit va qobiqning tebranish jarayonlarini tavsiflash uchun elastiklik nazariyasining uch o‘lchovli differensial tenglamalaridan foydalaniladi.

Masala sferik simmetriya sharoitida maxsus Bessel va Neyman funksiyalarining asimptotik ifodalari asosida yechiladi. Ishda qatlamli qovushqoq-elastik sferik qobiqning erkin tebranishlari muammosi umumiy holda o‘rganilib, qatlamli sferik jismlar uchun Myuller va Gauss sonli usullaridan foydalanish orqali murakkab erkin chastotalar hamda ularga mos tabiiy tebranish shakllari aniqlanadi. Natijada masalaning aniq analitik yechimi qurilib, qatlamli qobiqlarning kompleks chastotalarini mexanik tizimning turli geometrik va fizik-mexanik parametrlari bilan bog‘lovchi transsendent chastota tenglamasi keltirib chiqariladi.

2. METODLAR

2.1. Masalaning qo‘yilishi va yechish usullari.

Erkin tebranishlar masalalari inertsiya xususiyatlari material nuqtalarining harakatini to‘liq aniqlab beruvchi masalalar sinfiga mansubdir. Bunday masalalarni qo‘yishda chegara shartlari tashqi kuchlar tomonidan bajariladigan ishlarning nolga teng bo‘lishi shartiga mos kelishi lozim. Shu bilan birga, massa kuchlari ham umumiy holda nolga teng deb qabul qilinadi.

Materialning qovushqoq-elastik xossalarini hisobga olgan holda, qovushqoq-elastik sferik qobiqning erkin tebranishlari muammosining yechimini elastiklik nazariyasidagi mos masalaning yechimi asosida olish mumkin. Bunda elastik modullar real qiymatlar o‘rniga kompleks qovushqoq-elastik modullar bilan almashtiriladi. Avvalo bir qatlamli sharsimon qobiqning tebranishlari batafsil tahlil

ISSN 3030-3907

qilinib, keyinchalik ushbu natijalar asosida qatlamli sharsimon qobiqlarning tebranish jarayonlari o‘rganiladi.

Materiallarning qovushqoq-elastik xususiyatlarini inobatga olgan holda, qatlamli sferik qobiqning erkin tebranishlari masalalarini kompleks algebra apparati doirasida yechish imkoniyati mavjud. Xususan, ikki va uch qatlamli sharsimon qobiqlarning tebranish jarayonlariga qovushqoqlik parametrlari hamda fizik-mexanik ko‘rsatkichlarning ta’siri alohida tahlil qilinadi. Ko‘p qatlamli qovushqoq-elastik sferik qobiqning radial yo‘nalishdagi erkin tebranishlarini tavsiflovchi differensial tenglama quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_{rn}}{\partial r} + 2\frac{\sigma_{rn} - \sigma_{\varphi n}}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2},\\
&\sigma_{rn} = (\overline{\lambda}_n + 2\overline{\mu}_n)\frac{\partial u_n}{\partial r} + 2\overline{\lambda}_n \frac{\overline{u}_n}{r},\\
&\sigma_{\varphi n} = 2(\overline{\lambda}_n + \overline{\mu}_n)\frac{\overline{u}_n}{r} + \overline{\lambda}_n \frac{\partial \overline{u}_n}{\partial r}, R_n < r < R_{n+1},\\
&\sigma_{r1}(R_1) = \sigma_{rN}(R_N) = 0 \ , n = 1,2...N.
\end{aligned} \tag{1}$$

Bunda R_n i R_{n+1} –sferik qobiqning ichki va tashqi radiuslari, $\overline{\lambda}_n$ va $\overline{\mu}_n$-lar esa qovushqoq-elastik Lame parametrlari. Ularni muzlatish usuli yordamida quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin.

$$\begin{aligned}
&\overline{\lambda}_n = \lambda_{0n}\left[1 - \Gamma^c_{\lambda n}(\omega_{\mathrm{Re}}) - i\Gamma^s_{\lambda n}(\omega_{\mathrm{Re}})\right], \overline{\mu}_n = \mu_{0n}\left[1 - \Gamma^c_{\mu n}(\omega_{\mathrm{Re}}) - i\Gamma^s_{\mu n}(\omega_{\mathrm{Re}})\right],\\
&\Gamma^c_{\lambda n}(\omega_{\mathrm{Re}}) = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau)\cos(\omega_{\mathrm{Re}}\tau)d\tau, \Gamma^s_{\lambda n}(\omega_{\mathrm{Re}}) = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau)\sin(\omega_{\mathrm{Re}}\tau)d\tau,\\
&\Gamma^c_{\mu n}(\omega_{\mathrm{Re}}) = \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau)\cos(\omega_{\mathrm{Re}}\tau)d\tau, \Gamma^c_{\mu n}(\omega_{\mathrm{Re}}) = \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau)\sin(\omega_{\mathrm{Re}}\tau)d\tau,
\end{aligned} \tag{2}$$

Bu yerda $\lambda_{0n}\ \mu_{0n}\ R_{\lambda n}, R_{\mu n}$- materialning elastiklik oniy modullari va relaksatsiya yadrolari, ω_{Re}-haqiqiy qiymatlar. Bir qatlamli qovushqoq-elastik sferik qobiqning erkin tebranishlarini ko‘rib chiqamiz. Unda (1) tenglama yechimlari (2), ni hisobga olgan holda n=1 uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned}
&u_1(r,\omega) = (C_1 + C_2)\frac{\chi}{r}\left[-\chi\cos(\chi r) + \frac{1}{r}\sin(\chi r)\right] +\\
&+ i(C_1 - C_2)\frac{\chi}{r}\left[-\chi\cos(\chi r) - \frac{1}{r}\sin(\chi r)\right];
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
&\sigma_r(r,\omega) = (C_1 + C_2)\frac{\chi}{r}\left[(4\overline{\mu}_1\chi / r)\cos(\chi r) - \left(4\overline{\mu}_1 / r^2 - \chi^2(\overline{\lambda}_1 + 2\overline{\mu}_1)\right)\sin(\chi r)\right] +\\
&+ i(C_1 - C_2)\frac{\chi}{r}\left[(4\overline{\mu}_1\chi / r)\sin(\chi r) + \left(4\overline{\mu}_1 / r^2 - \chi^2(\overline{\lambda}_1 + 2\overline{\mu}_1)\right)\cos(\chi r)\right].
\end{aligned} \tag{4}$$

bu yerda

$$\chi = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{(\lambda_{01} + 2\mu_{01}) - \Gamma_{\lambda\mu}}},$$

ISSN 3030-3907

$$\Gamma_{\lambda\mu} = \left[(\lambda_{01}\Gamma_{\lambda}^{c}(\omega_{\mathrm{Re}}) + 2\mu_{01}\Gamma_{\mu}^{c}(\omega_{\mathrm{Re}})) + i(\lambda_{01}\Gamma_{\lambda}^{s}(\omega_{\mathrm{Re}}) + 2\mu_{01}\Gamma_{\mu}^{s}(\omega_{\mathrm{Re}}))\right]. \quad (5)$$

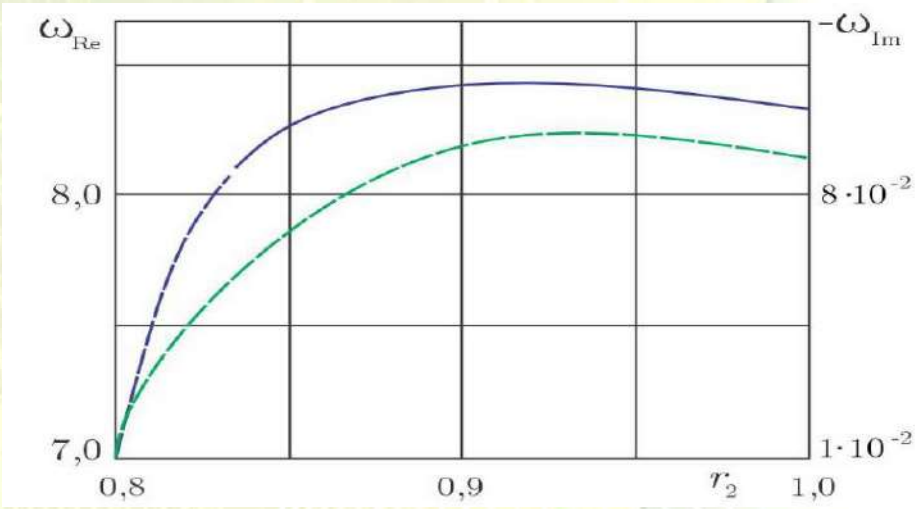
3. Sonli natijalar va ularning tahlili

Kompleks parametrli chastota tenglamasi (5) ni Myuller usuli bilan yechish orqali olindi. Materialning qovushqoq elastiklik xossasi Koltunov-Rijanitsin uch parametrli kuchsiz yadrosidan foydalanib olinadi:

$$R_{\lambda 1} = R_{\mu 1} = A_1 e^{-\beta_1 t} / t^{1-\alpha_1}, A = 0.048; \quad b = 0.05; \quad a = 0.10; r = 1.0;$$

$$l_0 = 25.5; \quad m_0 = 25.5; R_1 = 0.75, R_2 = 1.0.$$

Sonli natijalar 1,2.3 va 2.4 rasmlarda keltirilgan.

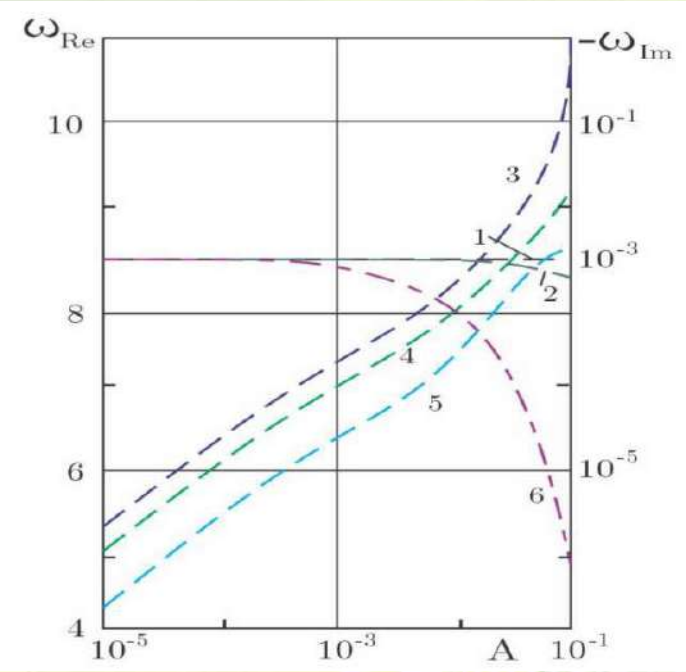


1-rasm. Yuqoridagi rasmda kompleks o‘ziga xos chastotalarning reologik parametr A ga bog‘liqligi ko‘rsatilgan:

1. $\omega_{\mathrm{Re}}, \alpha = 0.9; 2.\omega_{\mathrm{Re}}, \alpha = 0.5; 3.\ \omega_{\mathrm{Im}}, \alpha = 0.1;\ 4.\omega_{\mathrm{Im}}, \alpha = 0.5;\ 5.\omega_{\mathrm{Im}}, \alpha = 0.9; 6.\omega_{\mathrm{Im}}, \alpha = 0.1.$

Kompleks chastotani relaksatsiya yadrosini amplitudasiga bog‘liq o‘zgarishi *a* parametrlarining turli qiymatlari uchun 2-rasmda keltirilgan. Ko‘rinib turibdiki chastotani haqiqiy qismi (erkin tebranishlar chastotasi) relaksatsiya yadrosini amplitudasiga bog‘liqligi 3% bo‘lishi topildi. Mavhum qismini o‘zgarishi esa chiziqli funksiyaga yaqin bo‘lgan qonuniyat bilan o‘zgarishi topildi. Keyingi 2.3-rasmda kompleks chastotani haqiqiy va mavhum qismini sfera tashqi radiusi r_2 bog‘liq o‘zgarishi keltirilgan.

ISSN 3030-3907



2-rasm. Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismini tashqi radiusi r_2 bog‘liq o‘zgarishi: ω_{Re} - tutash chiziq, ω_{Im} – yuliq chiziq.

Hisoblash tajribasida qovushqoq elastiklik materialdan tayyorlangan turli xil sharsimon qobiqning so‘nuvchi tebranishlariga ($\beta = 0.05$) A va a parametrlarining ta’siri o‘rganildi. Qobiqning tashqi va ichki radiuslarini ta’siri o‘rganilib baholandi. Natijalarni tahlil qilish bizga quyidagi xulosalar chiqarish imkonini beradi:

- kompleks chastotaning haqiqiy qismi $\alpha = 0.87$ uchun A parametrga bog‘liq bo‘lishi 3% bo‘lishi va elastik sferik jism erkin tebranishlari chastotasi bilan juda yaqin bo‘lishi topildi. Shundan amplitudani katta kiymatlarida juda kam miqdorda pasayishni boshlaydi;

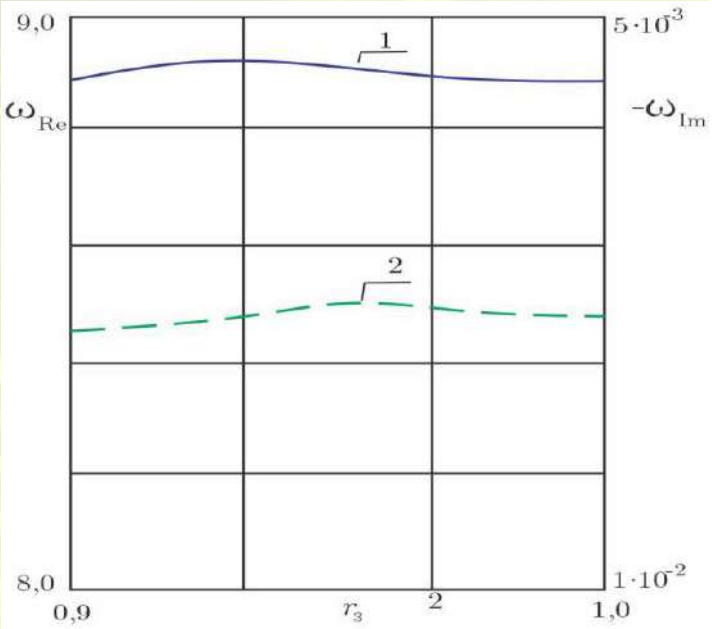
- kompleks chastotaning mavhum qismi α parametrning barcha qiymatlari uchun A parametrning ortib borishi bilan ortib borar ekan.

Endi olingan natijalarni ko‘p qatlamli sferik qobiq tebranishlari uchun umumlashtiramiz. Misol sifatida ikki qatlamli sferik qobiqning radial tebranishlarini ko‘rib chiqamiz. Faraz qilaylik sferik jismni qovushqoqlik parametrlari ikki jism uchun ham bir xil ($A = 0.048;\ \beta = 0.05;\ \alpha = 0.10$), lekin elastiklik parametrlari har xil bo‘lsin. Ichki qatlam zichligi, oniy elastiklik va geometrik parametrlari quyidagicha bo‘lsin.

$\rho_1 = 3.5;\quad \lambda_{01} = 30; \mu_{01} = 30; R_1 = 0.75, R_2 = 1.0, R_3 = 1.25.$ Tashqi qatlamning parametrlari quyidagicha bo‘lsin $\rho_2 = 1.0;\quad \lambda_{02} = 5.5; \mu_{02} = 5.5.$ Komplyeks chastotani haqiqiy ω_{Re} va mavhum qismlarini ikki sirtni ajratib turuvchi r_2 bog‘liq o‘zgarishi 4- rasmda keltirilgan. Ikki qatlamli sferik qobiqda eng katta energiya dissipatsiyasi $\omega_{\text{Im}} = -13.24 \cdot 10^{-3}$, radiusning $r_2^{\bullet} = 0.945$ qiymatiga mos

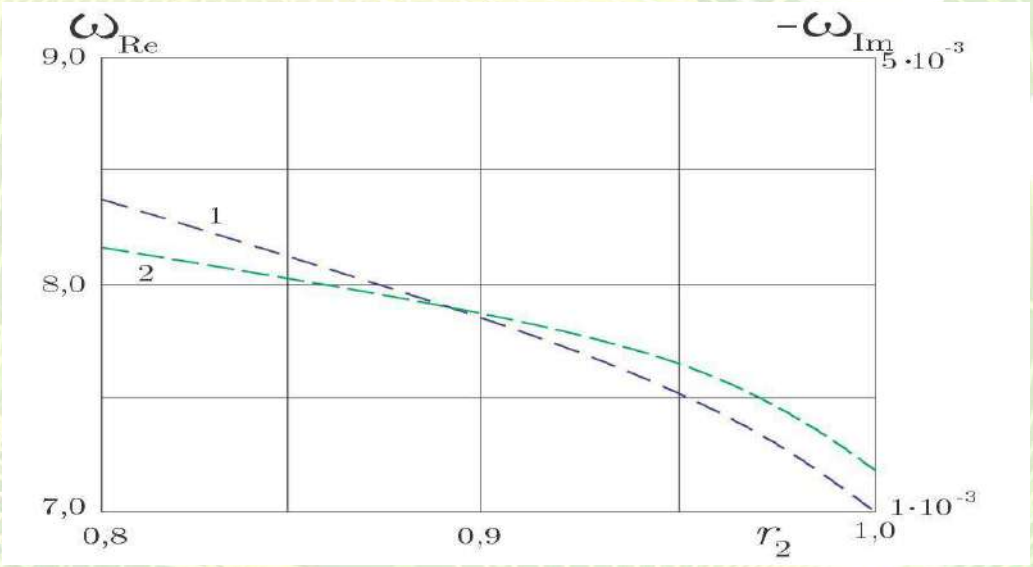
ISSN 3030-3907

kelar ekan. Endi r_2 radiusni fiksirlab tashqi r_3 radiusni o‘zgartiramiz, u holda olingan natijalar 3-rasmda keltirilgan.



3- rasm. Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismini tashqi radiusi r_2 bog‘liq o‘zgarishi: $1.\omega_{Re}$, $2.\omega_{Im}$

Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismini tashqi radiusi r_3 bog‘liq o‘zgarishi 4-rasmda keltirilgan. Birinchi qatlam $r_1 = 1.0;\quad l_{01} = 5.5;\ m_{01} = 5.5;$ $R_1 = 0.75, R_2 = 1.0, R_3 = 1.25.$, ikkinchi qatlam $r_2 = 3.5;\quad l_{02} = 30;\ m_{02} = 30.$ Bu holatda eng katta dissipatsiya energiya $\omega_{Im} = -13.18\cdot10^{-3}$ bo‘lar ekan.



4- rasm. Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismini tashqi radiusi r_3 bog‘liq o‘zgarishi: ω_{Re} -tutash chiziq, ω_{Im} – yuliq chiziq

Shunday qilib bu bobda ko‘p qatlamli silindrik qobiqning tebranishi va so‘nishiga baho berildi.

Xulosalar

ISSN 3030-3907

1. Qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismga garmonik sferik to‘lqin yuklamalari (bo‘ylama va ko‘ndalang) ta’sirida vujudga keladigan kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini aniqlashga mo‘ljallangan hisoblash metodikasi hamda uni amalga oshirish algoritmi ishlab chiqildi.
2. Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchi yoki deformatsiyalanmaydigan sferik qobiqda noturg‘un to‘lqin ta’siri ostida hosil bo‘ladigan kuchlanish holatlariga geometrik va fizik-mexanik parametrlarning o‘zgarishi bilan bog‘liq holda solishtirma baholash o‘tkazildi.

ADABIYOTLAR

1. Горшков А.Г. Нестационарное взаимодействие пластин и оболочек со сплошными средами// Изв. РАН. МТТ. – 1981. - №4. -С. 177 – 189.
2. Авлиякулов Н.Н., Сафаров И.И. Современные задачи статики и динамики подземных трубопроводов.-Ташкент, 2007.-306 с.
3. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. СО РАН, Новосибирск, 1966.- 188с.
4. Safarov I.I. Колебания и волны в диссипативно - неоднородных средах и конструкциях. Tashkent, Fan, 1992 .- 250s.
5. Safarov I.I., Kayumov S.S Распространение и дифракция волн в диссипативно – неоднородных цилиндрических деформируемых механических системах. Tashkent: FAN, 2002.- 214s

ISSN 3030-3907