TO‘G‘RI TO‘RTBURCHAK SHAKLLI EGILUVCHAN ANIZOTROP PLASTINKANING SONLI HISOBI TAHLILI

Eshqarayeva Narxol G‘uzarovna
Associate professor, PhD, Karshi State University
E-mail: 1970narxol@gmail.com
Gulliyeva Guliza Botirovna
Master’s student, Karshi State University
E-mail: gulliyevaguliza17@gmail.com
Sayfiyeva Muxlisa Fazliddin qizi
Master’s student, Karshi State University
E-mail: sayfiyevamuxlisa753@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada to‘g‘ri to‘rtburchak shaklga ega bo‘lgan egiluvchan anizotrop plastinkaning egilish jarayoni sonli usullar asosida tahlil qilingan. Tadqiqot masalasi klassik plastinkalar nazariyasi doirasida qo‘yilib, plastinkaning geometrik o‘lchamlari, chegaraviy shartlari, materialning anizotrop mexanik xossalari hamda tashqi yuklamaning ta’siri kompleks ravishda hisobga olingan. Anizotrop plastinkaning mexanik xatti-harakati elastiklik nazariyasining asosiy qonunlariga tayangan holda modellashtirilib, uning egilishi to‘rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama yordamida matematik jihatdan ifodalangan. Maqolada mazkur differensial tenglamani yechish uchun mos sonli usul tanlanib, hisoblash algoritmi ishlab chiqilgan va uning barqarorligi hamda aniqligi tahlil qilingan. Sonli tajribalar orqali plastinkaning maksimal egilishi, deformatsiya taqsimoti va yuklama o‘zgarishiga bog‘liq holatlari o‘rganilgan. Olingan natijalar plastinkaning anizotrop xossalari egilish jarayoniga sezilarli ta’sir ko‘rsatishini tasdiqlaydi hamda turli geometrik va mexanik parametrlar ta’sirini baholash imkonini beradi. Tadqiqot natijalari anizotrop plastinkalardan tashkil topgan muhandislik konstruksiyalarini loyihalash va ularning mustahkamlik hamda deformatsion xususiyatlarini baholashda amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: plastinka, anizatropiya, differensial tenglama, plastinka egilishi, yuklama.

Abstract. In this article, the bending process of a rectangular flexible anisotropic plate is analyzed using numerical methods. The research problem was posed within the framework of classical plate theory, taking into account the geometric dimensions of the plate, boundary conditions, anisotropic mechanical properties of the material, and the influence of external loads. The mechanical behavior of an anisotropic plate is modeled based on the basic laws of elasticity theory, and its bending is mathematically expressed using a fourth-order partial differential equation. In the article, an appropriate numerical method for solving this

ISSN 3030-3907

differential equation was selected, a computational algorithm was developed, and its stability and accuracy were analyzed. Numerical experiments have been conducted to study the maximum deflection of the plate, the distribution of deformation, and the dependence of load changes. The obtained results show the anisotropic properties of the plate.

Keywords: plate, anisotropy, differential equation, plate deflection, load.

Аннотация. В данной статье на основе численных методов проанализирован процесс изгиба гибкой анизотропной пластины прямоугольной формы. Задача исследования была поставлена в рамках классической теории пластин, с комплексным учетом геометрических размеров пластин, граничных условий, анизотропных механических свойств материала и влияния внешней нагрузки. Механическое поведение анизотропной пластины моделируется на основе основных законов теории упругости, а ее изгиб математически описывается дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка. В статье выбран подходящий численный метод для решения этого дифференциального уравнения, разработан вычислительный алгоритм и проанализированы его устойчивость и точность. С помощью численных экспериментов были изучены случаи, связанные с максимальным изгибом пластины, распределением деформации и изменением нагрузки. Полученные результаты показывают анизотропные свойства пластины.

Ключевые слова: пластинка, анизотропия, дифференциальное уравнение, изгиб пластинки, нагрузка.

KIRISH

Ma’lumki, Hozirgi vaqtda egiluvchan plastinkalar texnikaning har xil sohalarida, qurilishda va shunga o‘xshash ko‘pgina sohalarda keng qo‘llanilmoqda. Ular samolyot va raketa, qurilish inshootlarida, kemasozlik, mashinasozlik va boshqa sohalarning muhim konstruktiv elementi hisoblanadi. Plastinkasimon konstruksiyalarning qo‘llanilishi bevosita texnik talablarga yoki iqtisodiy, texnologik va boshqa shunga o‘xshash tadbiqlar bilan bog’langan. Kundalik amaliyot bunday konstruksiyalarni hisoblashda uzluksiz ravishda yangi masalalarni keltirib chiqaradi. Bu esa plastinkalar nazariyasida chiziqlilik va nochiziqlilikni e’tiborga olgan holda hisoblashlarning ishonchliligini ta’minlashga yuqori talablar qo‘yadi.

To‘g‘ri to‘rtburchak shaklli egiluvchan anizotrop plastinka mexanik xossalari koordinata yo‘nalishlariga bog‘liq bo‘lgan yupqa konstruktiv elementdir. Bunday plastinkalarda elastiklik modullari va Puasson koeffitsiyentlari izotrop holatdan farqli ravishda yo‘nalishga bog‘liq bo‘ladi. Masalan, plastinkaning tashqi

ISSN 3030-3907

yuklama (masalan, bir tekis taqsimlangan bosim) ta'sirida egilish jarayonini aniqlashga qaratiladi.

Ushbu maqolada, qalinligi bo'yicha yuqori sirtda qo'yilgan aralash chegaraviy shartlarda o'zgaruvchan elastiklik xossasiga ega anizotrop plastinkalarning kuchlanish – deformasion holatini aniqlash masalasi qaralgan[1].

Maqolada, anizotrop holatda murakkab shaklga ega bo'lgan anizotrop plastinkalarning turlari va chegaraviy shartlari keng ko'rib chiqilgan[2-3]. Ushbu ishda izotrop plastinkalarning egilish masalasini yechish uchun uning matematik modeli va hisoblash algoritmini ishlab chiqish va shu asosda dasturlar majmuasini yaratish hamda yangi sinf masalalarni yechilgan[5]. Dessirtatsiyada Anizotrop plastinkalarning egilish masalasini yechish uchun uning matematik modeli va hisoblash algoritmini ishlab chiqish va shu asosda dasturlar majmuasini yaratish hamda yangi sinf masalalarni yechilgan[6].

MATEMATIK MODEL

Klassik Kirchhoff–Love plastinkalar nazariyasi doirasida anizotrop plastinkaning egilishi to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama quydagicha ifodalangani:

$$D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = q \qquad (1)$$

Ushbu tenglama plastinkaning egilish momentlari va egilish funksiyasi o'rtasidagi bog'lanishni aks ettiradi. Analitik yechim faqat ayrim sodda holatlar uchun mavjud bo'lgani sababli, umumiy holatda sonli usullar qo'llaniladi. Ushbu masalaga Navie usulini qo'llab, plastinka teng taqsimlangan yuklanish ta'sirida deb faraz qilingan.

Bu yerda,

$$D_x = \frac{E_x' h^3}{12} \quad D_y = \frac{E_y' h^3}{12} \quad D_1 = \frac{E'' h^3}{12} \quad D_{xy} = \frac{G h^3}{12}$$

D_x, D_y, D_1, D_{xy} - silindirik bikrliklar.

E, G - yung moduli.

h - plastinka qalinligi.

$H = D_1 + 2D_{xy}$.

Kontur bo'yicha sharnirli suyangan plastinkaga quydagi chegaraviy shartlar qo'yilgan:

$$x = 0 \ va \ x = a \ da \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \qquad (2)$$

$$y = 0 \ va \ y = b \ da \ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \qquad (3)$$

ISSN 3030-3907

SONLI MODELLASHTIRISH

Koordinatalar boshini plastinka burchagida joylashtiramiz. Plastinkaning o‘lchami x o‘qi yo‘nalishi bo‘yicha a ga, y o‘qi yo‘nalishi bo‘yicha b ga teng (1) tenglama yechimini sinuslar bo‘yicha ikki karrali trigonometrik qator ko‘rinishida izlab topiladi:

$$\omega(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \qquad (4)$$

Bu yerda A_m o‘zgarmas sonlar, qator koeffisentlari;

m va n-butun musbat sonlar: $1,2,3,\ldots$

(4) formulani (1)-formulaga qo‘yilgan va $\omega(x,y)$ ni koeffisentlarini aniqlangan.

$$D\left(\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\left(\frac{m\cdot\pi}{a}\right)^4+\left(\frac{n\cdot\pi}{b}\right)^4+2\cdot\left(\frac{m\cdot n\cdot\pi^2}{a\cdot b}\right)\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot x}{b}\right)\right)\right)=$$

$$D\left(\sum_{m}\sum_{n}\left(\left(\frac{m^2}{a}+\frac{n^2}{b}\right)\cdot\pi^4\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot x}{b}\right)\right)\right)=$$

$$D\pi^4\cdot\left(\sum_{m}\sum_{n}\left(\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot x}{b}\right)\right)\right)=q(x,y) \qquad (5)$$

(3.5) tenglamaning chap tomoniga kiruvchi qator koeffisentlarini aniqlash uchun bu tenglamanining o‘ng qismini ham trigonometrik qatorga yoyish kerak bo‘ladi. Yuklamani $0\le x\le a$, $0\le y\le b$ to‘g‘ri burchakli sohada sinuslar bo‘yicha ikki karrali Furye trigonometrik qatori ko‘rinishida ifodalanadi.

$$q(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}C_{mn}\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right) \qquad (6)$$

Bu qator koeffisentlari Matematik analizda ma’lum bo‘lgan formula bo‘yicha aniqlanadi.

$$C_{mn}=\frac{4}{a\cdot b}\cdot\int_0^a\int_0^b q(x,y)\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)dxdy \qquad (7)$$

(6) qatorni (4) tenglamaga qo‘yib, quydagilarni olinadi.

$$D\pi^4\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}C_{mn}\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)$$

Ikkita qator o‘zaro teng hisoblangan , ularning mos hadlari o‘zaro teng bo‘lsa, qator koeffisentlarini quydagi ko‘rinishga keladi:

$$A_{mn}=\frac{4}{D\pi^4 ab\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}\int_0^a\int_0^b q(x,y)\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{b}\right)dxdy \qquad (8)$$

Integrallagandan keyin quydagi hosil bo‘ladi.

ISSN 3030-3907

$$A_{mn}=\frac{4\cdot q}{D\pi^4\cdot a\cdot b\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}\cdot\int_0^a\sin\frac{m\pi x}{a}dx\int_0^b\sin\frac{n\pi y}{b}dy$$

$$A_{mn}=\frac{4\cdot q}{D\pi^4\cdot a\cdot b\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}\cdot\frac{a}{m\cdot\pi}\cdot\left(-\cos\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\Big|_0^a\right)\cdot\frac{b}{n\cdot\pi}\cdot\left(-\cos\left(\frac{n\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\Big|_0^b\right)=$$

$$=\frac{4\cdot q}{D\pi^6\cdot m\cdot n\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}\cdot(-2)\cdot(-2)=\frac{16\cdot q}{D\pi^6\cdot m\cdot n\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}\qquad(9)$$

Integrallagandan keyin quydagi hosil bo‘ladi.

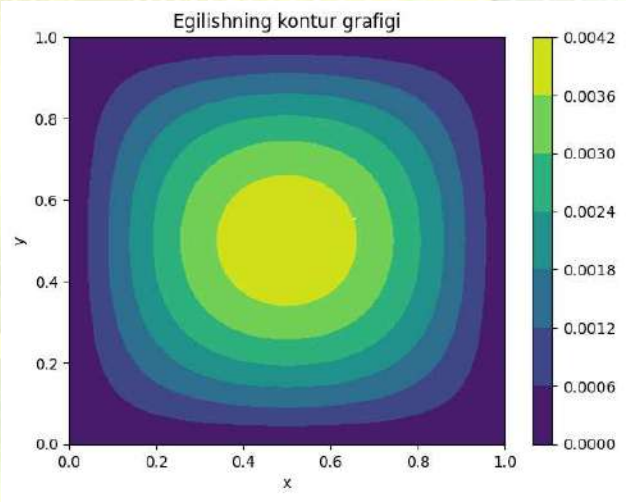
Bu koeffisentlarning (4) qatorga qo‘yib egilishlar funksiyasi ifodasini topiladi.

$$\omega(x,y)=\frac{16\cdot q}{D\pi^6}\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{2}\right)}{m\cdot n\cdot\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2}$$

Bu yerda,

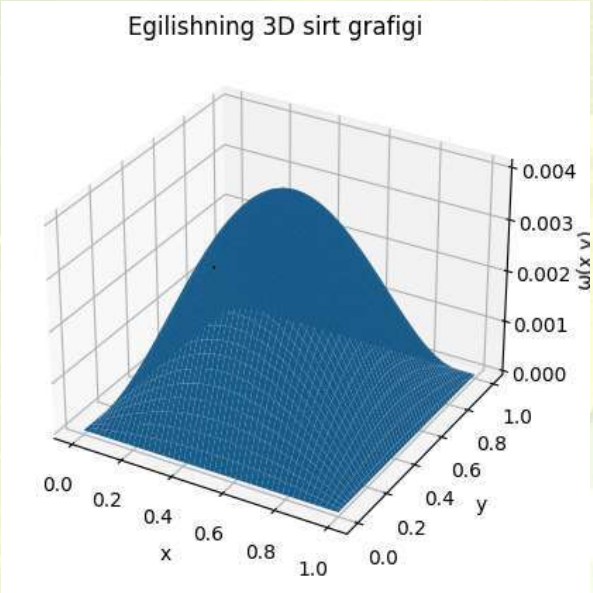
$$D=\frac{E\cdot h^3}{\left[12\cdot(1-\nu^2)\right]}\text{-silindirik bikirlik.}$$

HISOBLASH TAJRIBALARI

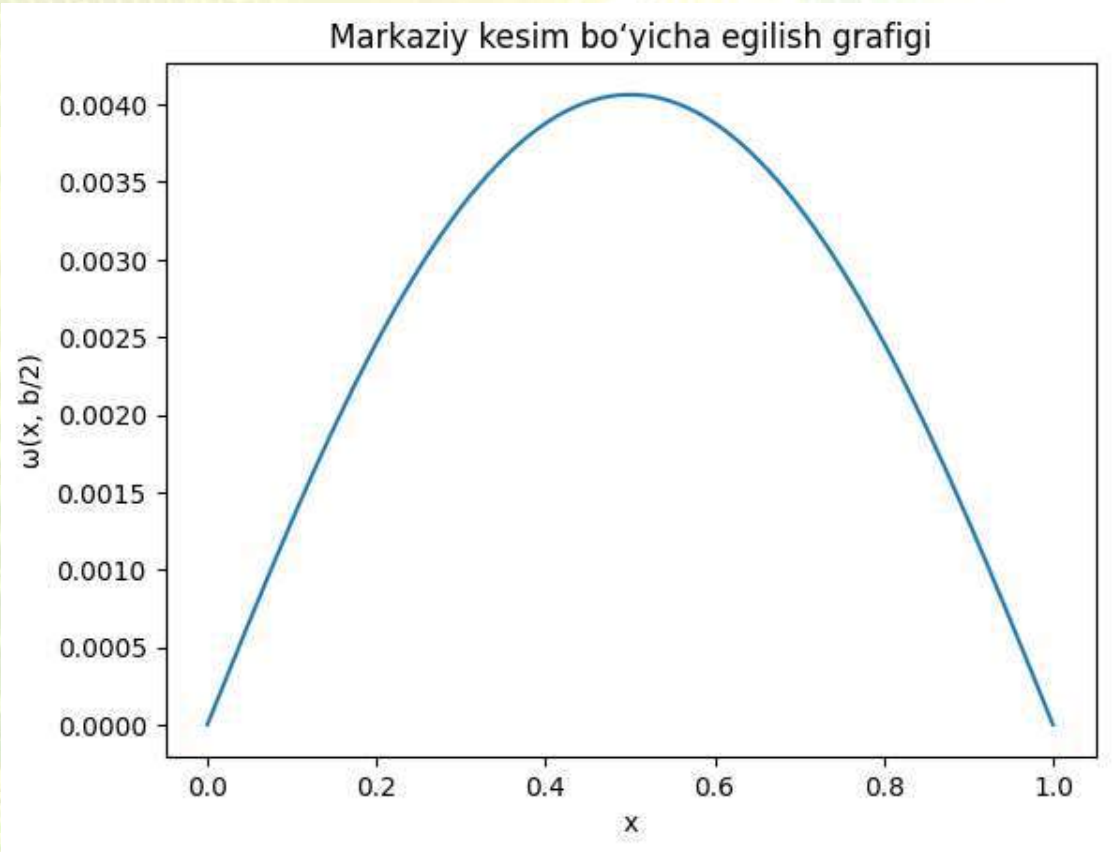


1-rasm. Bu grafik ω(x,y) funksiyaning plastinka yuzasi bo‘yicha taqsimotini ko‘rsatadi.

ISSN 3030-3907



2-rasm. Uch o‘lchamli grafik plastinkaning egilish shaklini fazoviy ko‘rinishda ifodalaydi.



3-rasm. Bu grafik plastinkaning markaziy kesimi bo‘ylab egilishning *x* koordinata bo‘yicha o‘zgarishini ko‘rsatadi.

XULOSA

Quyida matn ilmiy uslubda tahrirlanib, mazmunan kengaytirildi va xulosaviy jihatdan boyitildi:

O‘tkazilgan kompleks tahlil natijalari anizotropiya koeffitsiyentlarining plastinkaning egilish qiymatlariga, egilish maydonining shakllanishiga hamda

ISSN 3030-3907

ularning fazoviy taqsimlanish xarakteriga sezilarli va barqaror ta’sir ko‘rsatishini yaqqol tasdiqlay. Tadqiqot davomida tahlil qilib aniqlangan qonuniyatlar shuni ko‘rsatadiki, materialning anizotrop xossalarini hisobga olmaslik egilish qiymatlarining noto‘g‘ri baholanishiga va konstruktiv elementlarning haqiqiy deformatsiyalanish holatini to‘liq aks ettirmasligiga olib kelishi mumkin.

Olingan sonli natijalar asosida qurilgan grafik tasvirlar egilishning intensiv zonalari, maksimal deformatsiyalar joylashuvi hamda ularning anizotropiya koeffitsiyentlariga bog‘liqligini yaqqol namoyon etadi. Ushbu natijalar anizotrop plastinkalardan tashkil topgan muhandislik konstruksiyalarini loyihalash jarayonida, ularning mustahkamlik va xizmatga yaroqlilik ko‘rsatkichlarini baholashda, shuningdek, ekspluatatsiya sharoitida yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan deformatsiyalanish holatlarini oldindan prognoz qilishda muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega.

ADABIYOTLAR

1. Амбарсумян С. А.Теория анизотропних пластин. - М: Наука,1987.-360с.
2. Бадалов Ф.Б., Ганиханов Ш.Ф. Вибратсии наследственно-деформируемых элементов конструкции летателных аппаратов. – Ташкент: ТашГАИ, 2002. - 230с.
3. Александров А.В, Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. - М.: Высшая школа, 1990. – 405 с.
4. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. - М. –Л.: Гостехтеориздат, 1947. – 355 с.
5. Нежданов К.К. О неклассических смешанных задачах анизотропных пластин с переменными упругими характеристиками // Строит.мех.и расчет сооружений. – Москва. - 1990. - Н5. – С. 29-32.
6. Назиров Ш.А., Эшкараева Н.Г. Автоматизация расчета гибких анизотропных пластин сложной формы //Докл. АН РУз. – Ташкент. - 2000. - №8. – С. 22-24.
7. Назиров Ш.А., Эшкараева Н. Г. Описание модулей для расчета анизотропных гибких пластин со сложной конфигуратсии // Проблемы управления и информатики: Докл. Междун. конф. 19-22 сентября 2000. - С. 347-349.
8. Назиров Ш.А., Эшкараева Н.Г. Вычислителный алгоритм расчета анизотропных гибких пластин со сложной формой // Вопр. вычисл. и прикл. математики: Сб. науч.тр. - Ташкент, ИК АН РУз, 1999. - вып. 106. - С.82-89.
9. Narzullayeva Malika. “Chegaralari bo‘ylab turli shartlar ostida bo‘lgan izotrop plastinkaning sonli hisobi”. Dessirtatsiya. Qarshi-2025.

ISSN 3030-3907

10. Xujamurotova Mashxura. “R-funksiya usuli(rfm) yordamida murakkab shaklli nochiziqli anizotrop plastinkalarning kuchlanish deformatsion holatini(kdh) matematik modellashtirish”. Dessirtatsiya Qarshi-2021.
11. Hwu Chyanbin. Анизотропные пластины с отверстиями различной формы при равномерном нагружении или чистом изгибе // Trans ASME.J. Appl.Mech. - 1990. - 57. N 3. - С.700-706 (англ).

ISSN 3030-3907