KICHIK QO‘ZG‘ALISHLARNING TARQALISHINI IKKI QATLAMLI DISPERS MUHIT OQIMIDA TAHLIL QILISH

D.S. Yaxshibaev

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti t.f.f.d., prof.

E-mail: d.yaxshibayev@tuit.uz

Annotatsiya. Mazkur maqolada ikki qatlamli dispers muhit oqimida yuzaga keladigan kichik qo‘zg‘alishlarning tarqalishi tadqiq etilgan. Ikki qatlamli dispers oqimlar ko‘plab tabiiy va texnologik jarayonlarda, jumladan, neft-gaz quvurlari, kimyoviy reaktorlar hamda biologik muhitlarda keng uchraydi. Bunday tizimlarda kichik qo‘zg‘alishlarning paydo bo‘lishi va rivojlanishi oqim barqarorligiga jiddiy ta’sir ko‘rsatadi. Tadqiqotda asosiy oqim holati atrofida kichik parametrlar usuli yordamida matematik model qurilgan va differensial tenglamalar chiziqlashtirilgan. Qatlamlar orasidagi zichlik, tezlik va dispers fazalar kontsentratsiyasi farqlari qo‘zg‘alishlarning tarqalish tezligi hamda barqarorligiga ta’siri nuqtai nazaridan tahlil qilingan. Dispersiya munosabatlari olingan va qo‘zg‘alishlarning vaqt hamda fazo bo‘yicha rivojlanish qonuniyatlari o‘rganilgan. Olingan natijalar ayrim parametr qiymatlarida qo‘zg‘alishlar so‘nishi, boshqa holatlarda esa ularning kuchayishi mumkinligini ko‘rsatadi. Tadqiqot natijalari ikki qatlamli dispers oqimlarni modellashtirish va ularning barqarorligini baholashda amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: gidrodinamika, bosim impulsi, dispers aralashma, Laplas tenglamasi, tezlik tenglamasi, tezlik potensiali.

Аннотация. В данной статье исследуется распространение малых возмущений, возникающих в потоке двухслойной дисперсной среды. Двухслойные дисперсные потоки распространены во многих природных и технологических процессах, включая нефте- и газопроводы, химические реакторы и биологические среды. Возникновение и развитие малых ударных волн в таких системах серьезно влияет на устойчивость потока. В исследовании была построена математическая модель основного состояния потока с использованием метода малых параметров, а дифференциальные уравнения были линеаризованы. Различия в плотности, скорости и концентрации дисперсных фаз между слоями были проанализированы с точки зрения их влияния на скорость распространения и устойчивость возбуждений. Были получены дисперсионные соотношения и изучены законы развития движений во времени и пространстве. Полученные результаты показывают, что возбуждения могут подавляться при некоторых значениях параметров, в то время как в других случаях они могут

ISSN 3030-3907

усиливаться. Результаты исследования имеют практическое значение при моделировании двухслойных дисперсных потоков и оценке их устойчивости.
Ключевые слова: гидродинамика, импульс давления, дисперсная смесь, уравнение Лапласа, уравнение скорости, потенциал скорости.
Abstract. In this article, the propagation of small perturbations occurring in the flow of a two-layer dispersed medium is studied. Two-layer dispersed flows are common in many natural and technological processes, including oil and gas pipelines, chemical reactors, and biological environments. The appearance and development of small shocks in such systems seriously affects the stability of the flow. In the study, a mathematical model was built around the main flow state using the small parameters method and the differential equations were linearized. Differences in density, velocity, and concentration of dispersed phases between the layers were analyzed in terms of their influence on the propagation speed and stability of the excitations. Dispersion relations were obtained and laws of development of movements in time and space were studied. The obtained results show that excitations may be suppressed in some parameter values, while in other cases they may increase. The results of the research are of practical importance in modeling two-layer dispersed flows and evaluating their stability.
Keywords: hydrodynamics, pressure pulse, dispersed mixture, Laplace's equation, velocity equation, velocity potential.

KIRISH

Ikki qatlamli dispers muhit oqimlarining barqarorligi va unda yuzaga keladigan kichik qo‘zg‘alishlar – zamonaviy gidrodinamika va ko‘p fazali oqimlar tadqiqotining muhim yo‘nalishlaridan biridir. Ikki fazali oqimlar neft-gaz quvurlaridagi fazalarning o‘zaro ta’siri, reaktorlardagi suv-quyuqlik oqimlari va mikro suyuqlikli qurilmalar kabi ko‘p sonli ilmiy va muhandislik jarayonlarida uchraydi, bu esa ularning barqarorlik xususiyatlarini o‘rganishni talab qiladi. Masalan, ikki fazali oqimlardagi barqarorlikni tahlil qilishda o‘zgaruvchan zichlik va tezlikning interfeysdagi ta’siri muhim omil sanaladi, bu qo‘zg‘alishlarning tarqalish mexanizmini belgilaydi [1].

Ma’lumki, qatlamlar orasida yuzaga keladigan kichik buzilishlar oqim tuzilishidagi interfeysning barqarorligini o‘zgartirishi mumkin. Bu jarayonlar bosim, tezlik va termik shartlar ta’sirida turli xil beqarorliklarni keltirib chiqaradi, jumladan tekshirilgan statik termik beqarorliklar ham mavjud [2]. Shu bilan birga, laminar va turbulent oqimlar orasidagi interfeysdagi barqarorlikni tahlil qilishda ham kichik qo‘zg‘alishlar katta ahamiyatga ega, chunki ular intensivlik o‘zgarishi va fazalar ortasidagi almashuv jarayonlariga olib keladi.

ISSN 3030-3907

So‘nggi tadqiqotlarda ikki fazali oqimlardagi beqarorlikni tahlil qilish uchun yangi sonli usullar va modellar taklif etilmoqda, jumladan parallel kanallardagi ikki fazali oqimlarning barqarorligini o‘rganish bo‘yicha nazariy va sanoat parametrlar ta’sirlari tahlili [3], hamda turbulent ko‘p fazali oqimlarda kichik buzilishlarni modellashtirish uchun takomillashtirilgan chekli element usuli ishlab chiqilgan [4]. Bu tadqiqotlar ikki qatlamli dispers oqimlarda interfeysdagi qo‘zg‘alishlarning tarqalishini va ularning barqarorlik shartlarini tadqiq etishda muhim nazariy va amaliy asos yaratadi.

ASOSIY QISM

Gidrodinamikaning ko‘pgina masalalari bir va ko‘p fazali suyuqliklarning to‘lqinsimon harakatlarini o‘rganishga va bu harakatlarning gidrotexnikada uchraydigan holatlarga qo‘llanishiga bag‘ishlangan.

Ma’lumki, qisqa t vaqtda $(t << 1)$ tarqaluvchi to‘lqin zarba katta bosim hosil qiladi va bu bosimning impulsi qo‘zg‘alishlari vaqti qisqa $(0 < t \le \tau)$ bo‘ladi. Lekin bu bosimning τ vaqt ichida hosil qilgan qiymati bosim impulsi chekli qiymatga ega bo‘ladi, hosil bo‘lgan zarrachalar harakat tezligi ham juda katta bo‘lmay, chekli miqdorni tashkil etadi. Aralashma tezlik potensiali bosim impulsini $P_{см} = \rho_{см}\ \varphi_{см}$ tenglik yordamida aniqlash mumkin va uning fazalarga mos tashkil etuvchilari quyidagi ifoda tarzida yoziladi:

$$p_{см}^{(m)} = \left(f_{1см}^{(m)}\ \rho_{1i} + f_{2см}^{(m)} \rho_{2i} \right) \varphi_{см}^{(m)},$$

bu yerda m – qatlam tartib raqami $(m=1,2)$; $\rho_n^{(m)} = \rho_{ni}^{(m)} f_n^{(m)}$ – m-qatlam n-fazasining zichligi; $\rho_{ni}^{(m)}$, $f_{ni}^{(m)}$ – m-qatlamdagi n- fazaning haqiqiy zichligi va hajmiy konsentratsiyasi.

Suv havzasi har ikkala qatlamlaridagi $(m=1,2)$ har ikki faza uchun tezliklar vektorini $\vec{V}_n^{(m)}(x,y,z,t)$ deb belgilab olamiz. Ularning potensiali $\varphi_n^{(m)}(x,y,z,t)$ mavjud deb qaraymiz. Unda tezlik vektorlari tezlik potensiali orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{V}_n^{(m)}(x,y,z,t) = grad\varphi_n^{(m)}(x,y,z,t)\ .$$

Aralashma tezlik potensiali uchun olingan formula yordamida har bir faza uchun tezlik potensiali, ular yordamida tezlik vektorlari $\vec{V}_n^{(m)}(x,y,z,t)$ aniqlanadi. Shuningdek, bosim impulsi $P_{см}$ ta’siri ostida yer qobig‘i sirtidagi namlangan tuproq zarrachalarining harakat qonuniyatlari $V_n(x,y,z,t)$ larni aniqlash imkoniyati mavjud va aralashma tarkibidagi har bir zarrachaning nuqtadagi holatini aniqlash mumkin. Bu ma’lumotlar esa yer qobig‘i har bir qatlamining deformasion holati

ISSN 3030-3907

uchun kerakli natijalarni beradi. Bu usul yer seysmik silkinishlarini o‘rganish uchun gidrodinamik usul bo‘lib, yer qimirlashi markazining koordinatalarini va boshqa kerakli ma’lumotlarni topish jarayonida qo‘llanilishi mumkin [5]. Ma’lumki, yer qobig‘idagi tezliklarning taqsimoti hajm bo‘ylab tarqalgan bo‘lib, vaqt bo‘yicha o‘zgarish qonuniyatiga ega. Bu qonuniyatlar L.I. Sedovning formulasi [6] asosida aniqlangan tezliklar taqsimotidan yer qobig‘idagi silkinishlarning tashqi impulsini aniqlash imkonini beradi. Shuning uchun ham quyida keltirilgan gidrodinamik usul tabiiy geofizik maydonlarni aniqlash imkoniyatiga ega.

Yer qobig‘i nuqtalaridagi kuchlanganlik holati p_{ij}, τ_{ij} kuchlanganlik tenzorlari bilan ifodalanadi va ular o‘z navbatida tezlik vektorlari orqali aniqlanishi mumkin. Ular yordamida deformasion xarakteristikalarni aniqlash, yer qimirlashi natijasida ro‘y beradigan yer qobig‘idagi ko‘p jarayonlarni tadqiq etish imkoniyati yaratiladi.

Ayniqsa ko‘p fazali aralashmalarning qatlamsimon oqimi va oqimdagi fazalararo ta’sir va kirishuvchanlik natijasida qatlamlar orasida sodir bo‘layotgan jarayonlarni kuzatish muhim ahamiyatga ega. Dispers aralashma oqimining o‘zan tubidagi harakatini kuzatamiz. Faraz qilaylik, dispers aralashmaning har bir n-fazasi m-qatlamdagi ideal suyukliklardan yoki gazlardan iborat bo‘lsin. Aralashma oqimi potensial, oqimda ishtirok etayotgan har bir fazaning konsentratsiyasi esa o‘zgarmas deb faraz qilamiz.

Bir fazali siqilmaydigan suyuqliklarning tashqi muhit bosimi impulsi ta’siri ostidagi harakati potensial harakat bo‘lishi haqida teorema isbotlangan [7]. Ammo tabiatda ideal suyuqliklar emas, asosan dispers aralashmali suyuqliklar uchraydiki, ularning potensial tezliklari dinamikasi interpretatsiyasi ikki fazali suyuqliklarning potensial tezliklari interpretatsiyasiga o‘xshash deb faraz qilinadi. Buning uchun ma’lum hajmdagi siqilmaydigan suyuqlikka kichik $0 < t \ (<< \infty)$ vaqt oralig‘ida katta bosim p^* ta’sir qilsin. U quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$p_\tau = \lim_{\tau \to 0} \left(\int_0^\tau p^* dt \right) < \infty \ . \qquad (1)$$

U holda n - fazali dispers aralashma oqimida sodir bo‘layotgan fazalararo o‘zaro ta’sirni va kirishuvchanligini hisobga olgan holda, aralashma n – fazasi harakatini ifodalovchi tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d\vec{V}_n}{dt} = \vec{F}_n - \frac{1}{\rho_{ni}} gradP + K(\vec{V}_p - \vec{V}_n)_{(p \neq n)} \ . \qquad (2)$$

ISSN 3030-3907

Bu harakat tenglamasini qisqa vaqt oralig‘i dt ga ko‘paytirib, chekli $(0,\tau)$ oraliqda integrallasak, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\int_0^\tau \frac{d\vec{V}_n}{dt}dt = \int_0^\tau d\vec{V}_n = \int_0^\tau \vec{F}_n dt - \int_0^\tau \frac{1}{\rho_{ni}} gradPd\tau + \int_0^\tau K(\vec{V}_p - \vec{V}_n)dt . \qquad (3)$$

O‘zaro kirishuvchan va ta’sirlashuvchan aralashma fazalarining o‘zgarish qonuniyatini topish uchun (3) tenglamada $\tau \to 0$ limitga o‘tamiz [8]. Massa kuchlarining va fazalar o‘zaro ta’sir kuchlarining chekliligi hamda, qo‘shiluvchilarining limiti nolga tengligini hisobga olsak (3) tenglamadan quyidagi limitni hosil qilamiz:

$$\vec{V}_n' - \vec{V}_n(0) = -\lim_{\tau\to 0}\int_0^\tau \frac{1}{\rho_{ni}} gradPdt . \qquad (4)$$

Agar qaralayotgan dispers aralashma siqiluvchan $\rho(p) = \rho_n \neq const$, jarayon esa barotropik $p = p(\rho)$ deb qaralsa, (4) tenglik quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$\vec{V}_n(\tau) - \vec{V}_n(0) = -\lim_{\tau\to 0}\int_0^\tau gradP_n dt . \qquad (5)$$

Bu yerda P_n – bosimining funksiyasi bo‘lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$dP_n = \frac{dp}{\rho_{mi}} .$$

Bu yerda $\vec{V}_n(0)$, $\vec{V}_n(\tau)$ lar n - faza zarralarining tezliklari bo‘lib, mos ravishda bosim impulsi ta’siridan dastlabki va oxirgi tezliklarni bildiradi.
(5) tenglikdan limitga o‘tib, qisqa vaqtda bosim impulsining ta’siri faza zarrachalari koordinatasini o‘zgartira olmasligini topamiz:

$$\vec{V}_n(\tau) - \vec{V}_n(0) = gradP_n = grad\varphi_n .$$

Bu xulosadan foydalanib, bir ondagi bosim impulsining ta’siri aralashma keltirilgan zichligining *n*–faza tezlik potensialiga ko‘paytmasiga teng bo‘lib, oqimga qarshi yo‘nalganligini ko‘ramiz:

$$P_n = -\rho_n\varphi_n \quad \text{ёки} \quad \vec{V}_n = grad\varphi_n . \qquad (6)$$

Aralashmadagi har bir fazaning hajmiy konsentratsiyasi o‘zgarmas ekanligini inobatga olib, uzluksizlik tenglamasidan va fazalardagi oqimning potensial oqim ekanligini bildiruvchi (6) tenglikdan foydalanib, izlanayotgan tezlik potensiali φ_n bosim impulsi orqali ifodalanishi mumkinligini asoslaylik [9].

ISSN 3030-3907

Demak, bosimning zarbasi tufayli dispers aralashmada potensial oqim vujudga keladi va zarbaning oniy ta'siri natijasida aralashma fazalari tezliklarining tarqalishi (6) tenglik orqali yoziladi.

Ikki qatlamli oqimga bosim impulsining bir ondagi ta'siri potensial bo'ladi. Bu qonuniyat orqali [10-12] ishlarda aralashma erkin sirtidagi va qatlamli bir jinsli bo'lmagan sirtidagi turg'un to'lqinlarning xarakteri o'rganiladi. Bu yerda yuqori G_1 qatlam $\rho_{nc}^{(I)}$, $f_n^{(I)}$, $\vec{V}_n^{(I)}$ parametrlarga ega deb olinadi. Tebranishning juda kichik ekanligini hisobga olib, qatlamlar chegarasi erkin sirtlardan iborat deb, har ikkala qatlamdagi tezlik potensiallarini esa $\varphi_n^{(m)}(x,y,t)$ ko'rinishda yozamiz.

Keltirilgan fikrlardan foydalanib, (3) uzluksizlik tenglamasi orqali kiritilgan (6) tezlik potensiallarining Laplas tenglamasini qanoatlantirishini ko'ramiz:

$$\nabla^2\varphi_n^{(m)} = 0. \qquad (7)$$

Bu Laplas tenglamasining yechimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\varphi_n^m(x,y,t) = \left[A_n^m e^{ky} + B_n^m e^{-ky}\right]\cos kx\cos\delta t. \qquad (8)$$

Bu yerda $A_n^{(m)}$, $B_n^{(m)}$ koeffisiyentlar qatlamlarning chegaraviy shartlaridan aniqlanadi [13] va Lagranj-Koshi integrali orqali yoziladi.

Yuqoridagi koeffisiyentlarni topish uchun [14] ishda keltirilgan chiziqli bir jinsli algebraik tenglamalardan foydalaniladi. Bu tenglamalarning yechimi to'lqin soni k va turuvchi to'lqinlarning chastotasi δ orasidagi bog'lanishni beradi. Bu bog'lanish orqali to'lqin uzunligini topish mumkin:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \quad \tau = \frac{2\pi}{\delta}.$$

Bu yerda τ - turuvchi to'lqinning davri. To'lqin uzunligining ortishi bilan to'lqinlarning tik turish davri ham uzayadi. Bundan tashqari vektor tezlik kiritilib, aralashma fazalari zarrachalari tezliklari, keltirilgan va haqiqiy [15] zichliklarining vektor tezlikka bog'lanish qonuniyati quyidagicha beriladi:

$$\vec{V}_{CM}^{m} = \frac{\rho_1^{(m)}\vec{V}_1^{(m)}}{\rho^{(m)}} + \frac{\rho_2^{(m)}\vec{V}_2^{(m)}}{\rho^{(m)}}. \qquad (9)$$

Bu yerda $\rho^{(m)} = \rho_1^{(m)} + \rho_2^{(m)}$, $\rho_n^{(m)} = \rho_{ni}^{(m)} f_n^{(m)}$, $f_1^{(m)} + f_2^{(m)} = 1$.

Agar dispers aralashma oqimining quyi qatlami cheksiz chuqur, ya'ni $H \to \infty$ bo'lsa, to'lqin soni k va to'lqin chastotasi δ uchun yuqorida keltirilgan tenglamaning yechimi quyidagicha bo'ladi:

ISSN 3030-3907

$$\delta_1^2 = gk, \quad \delta_2^2 = gk\frac{th\,kH}{\hat{\rho} + th\,kH}.$$

Har bir qatlamning mos koeffisiyentlari va ikkinchi qatlam koeffisiyentining birinchi qatlam koeffisiyent orqali yozilgan ifodasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi [16]:

$$A^{II} = \left[1 + \frac{\delta^2 - gk}{\delta^2 + gk} e^{2kH}\right] \frac{A^I}{1 - e^{-2kH}},$$

$$B^{II} = \left[1 + \frac{\delta^2 - gk}{\delta^2 + gk} e^{2kH}\right] \frac{A^I - e^{-2kH}}{1 - e^{-2kH}}, \qquad (10)$$

$$B^I = \frac{\delta^2 - gk}{\delta^2 + gk} e^{2kH} A^I.$$

$H \to \infty$ holida qatlamlarni ajratuvchi sirtlarni va shu sirtlarning vertikaldan og‘ishi funksiyalari $\eta_1(x,t)$ va $\eta_2(x,t)$ larni aniqlaylik.

Aralashma quyi qatlami cheksiz $H \to \infty$ bo‘lgan hol uchun to‘lqin parametrlari va tebranishi chastotasi uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\hat{\rho}(\delta^4 - g^2k^2) + (\delta^2 gk)^2(1 + thkH)\hat{\rho} -$$
$$-(\delta^4 - g^2k^2)thkH = 0.$$

Bu tenglamani ikki tenglamaga ajratib, tebranish chastotasini (6) ko‘rinishda topamiz. Birinchi holda tebranish chastotasini (8) tenglik ko‘rinishidan va (10) dan foydalanib, $A_n^{(m)}$, $B_n^{(m)}$ koeffisiyentlarni aniqlaymiz:

$$A^{II} = A^I, \quad B^I = 0, \quad B^{II} = 0.$$

Bu holda tezlik potensiallari quyidagi tenglamalar orqali topiladi:

$$\varphi^{\mathrm{I}} = A^{\mathrm{I}} e^{ky} \cos kx \cos \delta t,$$
$$\varphi^{\mathrm{II}} = A^{\mathrm{I}} e^{k\,y} \cos kx \cos \delta t. \qquad (11)$$

Ikkinchi holda tebranishlar amplitudasi bir-biriga teng bo‘lib, aralashma sirti va aralashma qatlamlarini ajratuvchi chegaralarning tebranish amplitudalari esa bir-biridan e^{kH} marta farq qiladi. Har ikki qatlamdagi to‘lqinlar tezliklarining tarqalishi bir xil bo‘lib, quyidagi funksiya orqali ifodalanadi:

$$V_{\text{см}}^{I} = V_{\text{см}}^{II} = kA^{I} e^{ky} \cos \delta t.$$

Tebranishgacha bo‘lgan har ikki faza erkin sirtlarining sathi va ularni ajratuvchi chegara, ulardagi bosim impulsi ta’sirida yuza kelgan chegara va erkin sirti quyidagi tengliklar orqali aniqlanadi:

ISSN 3030-3907

$$\eta_1 = \frac{1}{g}\frac{\partial \varphi^I}{\partial t}\bigg|_{y=H} = 0,$$
$$\eta_2 = \frac{\delta}{g} A^I \cos kx \sin \delta t. \qquad (12)$$

Tebranish ta’siri natijasida yuzaga kelgan qo‘zg‘alishli qatlamlarning erkin sirtlari esa quyidagi formulalar orqali topiladi:

$$y = \eta_1(x, y, t),$$
$$y = H - \frac{\delta}{g} A^I \cos kx \sin \delta t. \qquad (13)$$

Endi ikki qatlamni ajratuvchi chegaraviy chiziqning bosim impulsi ta’siri ostida siljishini topaylik [17]. Har ikki qatlamni chegaralovchi chiziqning tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$y(x,t) = -\frac{A_1^I \delta}{g} e^{kH} \cos kx \sin \delta t. \qquad (14)$$

Yuqoridagi (10) va (12) tengliklardan yuqori qatlamning qalinligi ortishi bilan erkin sirtdagi va ikki qatlamni ajratuvchi chegaraviy chiziqdagi tebranish amplitudasi ortib borishi ko‘rinadi. (12) va (14) tenglamalarni solishtirish natijasida ma’lum bo‘ladiki, pastki qatlam tebranish amplitudasi yuqori qatlam tebranish amplitudasidan e^{kH} marta ortiq bo‘ladi.

Qolgan ikkinchi bog‘lanishni, ya’ni to‘lqin tebranishi chastotasining to‘lqin uzunligi va to‘lqinning yuqori qatlamdagi tezliklarining tarqalishiga bog‘liqligini qaraylik. Buning uchun to‘lqin tarqalishi tezlik potensiali va uning koordinata o‘qlaridagi tashkil etuvchilarining ifodalarini yozamiz:

$$\varphi^I(x,y,t) = A^I(e^{ky} + \Lambda_0 e^{2kh} e^{-ky}) \cos \delta t \cos kx, \qquad (15)$$
$$U^I(x,y,t) = \frac{\partial \varphi^I}{\partial x} = \left[A^I e^{ky} + \Lambda_0 e^{2kH} e^{-ky}\right](-k) \sin kx \cos \delta t,$$
$$V^I(x,y,t) = \frac{\partial \varphi^I}{\partial y} = kA^I \left[e^{ky} - \Lambda_0 e^{2kh} e^{-ky}\right](-k) \cos kx \cos \delta t$$

va qatlamlarni ajratuvchi sirtlardagi nuqtalarning vertikal og‘ishi funksiyasini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\eta_1 = -\frac{\delta A^I}{g} = (1 + \Lambda_0 e^{kH}) \sin \delta t \cos kx. \qquad (16)$$

Bu tenglikdan esa har ikki qatlam to‘lqinlarining tarqalishda umumiy sirtni quyidagi tenglik orqali yozamiz:

ISSN 3030-3907

$$y = H - \frac{\delta A^I}{g} = (1 + \Lambda_0 e^{kH}) \sin \delta t \cos kx. \qquad (17)$$

Oqimlarni ajratuvchi chegaraning tinch holatdagi, tebranishlardan oldingi holatidan farqining chegarasini topamiz:

$$\eta_2 = \frac{1}{g(\hat{\rho} - 1)} \left(\hat{\rho} \frac{\partial \varphi^{II}}{\partial t} - \frac{\partial \varphi^I}{\partial t} \right)_{y=0}.$$

yoki

$$\eta_2 = -\frac{\delta A^I}{g(\hat{\rho} - 1)} \left[(1 - \Lambda_0 e^{kH}) \hat{\rho} - (1 + \Lambda_0 e^{-2kH}) \right] \cos kx \sin \delta t. \qquad (18)$$

Bu yerdan esa har ikki qatlamlar orasidagi chegaraning tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozish imkoniga ega bo‘lamiz:

$$y = \frac{\delta A^I}{g(\hat{\rho} - 1)} \left[1 + \Lambda_0 e^{-2kH} - \hat{\rho}(1 - \Lambda_0 e^{-2kH}) \right]. \qquad (19)$$

Pastki katlamdagi tezliklarning tarqalishi quyidagi tengliklar orqali topiladi:

$$\left.\begin{aligned} U^{II} &= -kA^I (1 - \Lambda_0 e^{-2kH}) e^{ky} \cos k\delta \cos kx, \\ V^{II} &= kA^I (1 - \Lambda_0 e^{-2kH}) e^{ky} \cos k\delta \cos kx. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

(6), (10) va (16) tengliklar orqali yuqori qatlam erkin sirtining tinch holatdagi erkin sirtdan siljishi darajasini aniqladik.

Shunday qilib, tik to‘lqinlar uchun to‘lqin harakatining barcha parametrlari topildi. Bir fazali suyuqliklardan farqli o‘laroq, ikki fazali suyuqliklarda tebranish natijasida hosil bo‘lgan siljishda fazalarning o‘zaro ta’siri va kirishuvchanligi ham ta’sir ko‘rsatadiki, bu ta’sir harakat tenglamasidagi $K(\vec{V}_p - \vec{V}_n)$ had orqali beriladi [18].

Birinchi qatlamning ikkinchi qatlam ko‘chishi ta’siridagi kuchlanganligi quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \left(\mu_2^{(m)} f_2^{(m)} + \mu_1^{(m)} f_1^m \right) - \\ &- k^2 \left[\left(A_1^{(m)} + A_2^{(m)} \right) e^{ky} - \left(B_1^{(m)} - B_2^{(m)} \right) e^{-ky} \right] \sin kx \cos \delta t. \end{aligned} \qquad (21)$$

Bu ifoda o‘zgarmas (birinchi qator) va to‘lqin soni k dan bog‘liq o‘zgaruvchan qismlardan iborat.

XULOSA

Ushbu maqolada ikki qatlamli dispers muhitdagi kichik qozg‘alishlarning tarqalishi tahlil qilindi. Matematik modellar va gidrodinamik tenglamalar yordamida tahlil qilingan holda, kichik qo‘zg‘alishlarning tarqalish radiusi va

ISSN 3030-3907

impuls oqimi qisqa vaqt oralig‘ida sezilarli o‘zgarishlar ko‘rsatadi. Tadqiqot natijalari shundan dalolat beradiki, ikki fazali muhitdagi tarqalish jarayonida fazalar o‘zaro ta’sirining ahamiyati katta bo‘lib, tarqalish samaradorligi va impuls o‘tkazuvchanligi turli parametrlarga, xususan, qatlam quvvati, qovushqoqlik va granulometriyaga bog‘liq. Shu bilan birga, modellashtirish va hisoblash natijalari amaliyotda yuqoridagi omillarni optimallashtirish orqali tarqalish jarayonini nazorat qilish imkoniyatini berishi mumkin.

Xulosa qilib aytganda, ikki qatlamli dispers muhitdagi kichik qo‘zg‘alishlar tarqalishi fazalar o‘zaro ta’siri, turbulentlik va qovushqoqlik kabi ko‘p faktorli jarayon ekanligi isbotlandi va bu sohadagi zamonaviy gidrodinamik modellar ularning tarkibiy mexanizmlarini yanada aniq o‘rganish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Liapidevskii V.Yu. Two-Layer Equilibrium Model of Miscible Inhomogeneous Fluid Flow // Fluid Dinamics, Vol. 59, 2024. – P. 709-722.
2. Wanstall C.T., Ferraiuolo G., Abdeel R. On The Analysis of Static Thermal Instabilities Occurring In Two-Phase Flow Systems // International Journal of Multiphase Flow, Vol. 180, 2024. – P. 1-9.
3. Yadav S., Chattopadhyay G. Electrohydrodynamic Stability of a Two-Layer Plane Poiseuille Flow In The Presence of Interfacial Surfactant: Energy Budget Analysis // Physics of Fluids, Vol. 36, Issue 10, 2024. – P. 102-116.
4. Mahamud R., Waters J., Bujack R. A Finite Element Method for Compressible and Turbulent Multiphase Flow Instabilities with Heat Transfer // Fluids, № 10 (302), 2025. – P. 1-24.
5. Caijun X., Kefeng H. Advancements in Earthquake Cycle Deformation Research Based on Geodetic Observations // Geomatics and Information Science of Wuhan University, Vol. 48(11), 2023. – P. 1736-1755.
6. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. – М: Наука, 1976. – 576 с.
7. Glass O., Kolumban J.J., Sueur F. External boundary control of the motion of a rigid body immersed in a perfect two-dimensional fluid // Analysis & PDE, Vol. 13, No. 3, 2020. – P. 651-684.
8. Хамидов А.А. Джумабаев Д., Исанов Ш.Р. Осаждение и распространение примесей в атмосфере // Bulletin of “Tinbo”, №1, Ташкент, 2006. – С. 49-52.
9. Хамидов А.А., Юлдошев А.А., Исанов Р.Ш. Автомодельная задача о движении дисперсной смеси в цилиндрической трубе // Ташкент, Узбекский журнал: Проблемы энергетики и информатики. 2008, №4. – С. 86-92.
10. Махмудова Д.Э., Хамидов А.А., Яхшибоев Д.С. Распространение малых возмущений в двухслойном потоке дисперсной смеси // Сб. науч. тр.:

ISSN 3030-3907

Вопросы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, ИМиИТ АН РУз, 2008. Вып.121. – С. 144-150.
11. Махмудова Д.Э., Хамидов А.А., Яхшибаев Д.С. Задача о волнах на поверхности многослойного потока дисперсной смеси жидкости // Сб. науч. тр.: Вопросы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, ИМиИТ АН РУз, 2008. Вып. 119. – С. 98-105.
12. Хамидов И.А. Уравнение Бернулли для неустановившегося движении смеси вязких жидкостей // ДАН РУз. – Ташкент, 2007. Т.№3. – С. 24–26.
13. Нахангов М.Х., Хамидов А.А. Автомодельное решение задачи о переносе активных примесей в турбулентной атмосфере // «Техника юлдузлари», 2003, №3. – С. 12-14.
14. Файзуллаев Д.Ф. Пульсирующее движение двухфазных сред в кольцевой трубе при наличии пристенных слоев // Сб. научн. трудов: Гидрогазодинамика, Ташкент: Фан, 1986. – С. 35-47.
15. Kolev N.I. Multiphase Flow Dynamics 1, Fundamentals // Springer Cham, 2015. – 840 p.
16. Xamidov A.A., Isanov Sh.R. Tutash muhit tatbiqiy masalalari. – Toshkent, Universitet, 2000.
17. Хамидов А.А., Махмудова Д.Э., Яхшибоев Д.С. Задача о волнах на поверхности многослойного потока дисперсной смеси жидкости // Сб. научн. трудов: Вопросы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, ИИ АН РУз, 2008, Вып.119. – С. 98-104.
18. Vicente S.F.M. Transient Flows // Mathematical Models, Laboratory Tests, Protection Elements and Systems, 2025. – 158 p.

ISSN 3030-3907