ISNN 3030-3907

2026/3
VOLUME 7

DEVELOPMENT OF SCIENCE

ILMIY JURNAL



Development of science

Ilmiy jurnal

2026/3 VOLUME 7

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Асадова Раъно Дилмуратовна
Тошкент Давлат техника университети доценти

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

NOTEKIS QADAMLI TO‘R TUGUNLARIDA SIRTLARNI TIKLASHDA B-SPLAYN VA KRIGING USULLARINING SAMARADORLIGINI BAHOLASH

Azimov Raximjon Karimovich
Andijon davlat universiteti
E-mail: azimovraximjon60@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada notekis qadamli to‘r tugunlarida berilgan ma’lumotlar asosida interpolyatsion sirtlarni tiklash masalasi o‘rganilgan. Tadqiqotning asosiy maqsadi B-splayn va ordinary kriging usullarining samaradorligini qiyosiy baholashdan iborat. Berilgan ikki o‘zgaruvchili test funksiya qiymatlari asosida sirtni qayta tiklash jarayoni tashkil etilib, kubik B-splayn hamda ordinary kriging modellaridan foydalanilgan. Olingan natijalar o‘rtacha absolyut xatolik, o‘rtacha kvadratik xatolik, o‘rtacha kvadratik xatolik ildizi, maksimal absolyut xatolik va determinatsiya koeffitsiyenti mezonlari orqali tahlil qilingan. Natijalar har ikkala usulning ham yuqori aniqlikda ishlashini, ammo qaralayotgan sharoitda B-splayn usuli bir oz samaraliroq ekanini ko‘rsatdi.

Kalit so‘zlar: interpolyatsiya, B-splayn, ordinary kriging, sirtni tiklash, kubik splayn, semivariogram, interpolyatsiya aniqligi, matematik modellashtirish.

Abstract. This article examines the problem of reconstructing interpolation surfaces from data provided at the nodes of a non-uniform grid. The primary objective of the research is to comparatively evaluate the effectiveness of the B-spline and ordinary kriging methods. The surface reconstruction process was carried out based on the values of a given two-variable test function, utilizing cubic B-spline and ordinary kriging models. The obtained results were analyzed using the criteria of mean absolute error, mean squared error, root mean squared error, maximum absolute error, and the coefficient of determination. The results indicated that both methods perform with high accuracy, but the B-spline method proved to be slightly more effective under the conditions considered.

Keywords: interpolation, B-spline, ordinary kriging, surface reconstruction, cubic spline, semivariogram, interpolation accuracy, mathematical modeling.

Аннотация. В данной статье исследуется задача восстановления интерполяционных поверхностей по данным, заданным в узлах сетки с неравномерным шагом. Основная цель исследования заключается в сравнительной оценке эффективности методов B-сплайнов и ординарного кригинга. На основе значений заданной тестовой функции двух переменных был организован процесс восстановления поверхности с использованием моделей кубического B-сплайна и ординарного кригинга. Полученные результаты были проанализированы по таким критериям, как средняя

ISSN 3030-3907

абсолютная ошибка, среднеквадратическая ошибка, корень из среднеквадратической ошибки, максимальная абсолютная ошибка и коэффициент детерминации. Результаты показали, что оба метода работают с высокой точностью, однако в рассматриваемых условиях метод B-сплайнов оказался несколько эффективнее.

Ключевые слова: интерполяция, B-сплайн, обыкновенный кригинг, восстановление поверхности, кубический сплайн, семивариограмма, точность интерполяции, математическое моделирование.

KIRISH

Matematik modellashtirish va interpolyatsiya masalalarida berilgan tugun nuqtalar asosida uzluksiz sirtni tiklash muhim ahamiyatga ega. Ayniqsa, ikki o‘zgaruvchili funksiyalar uchun berilgan qiymatlar jadvali asosida sirtni qayta qurish masalasi amaliy va nazariy jihatdan dolzarb hisoblanadi. Bunday masalalarda turli interpolyatsiya usullaridan foydalaniladi va ularning samaradorligi tugun nuqtalarning joylashuvi hamda tiklanayotgan funksiyaning xossalariga bog‘liq bo‘ladi [1,2]. Ushbu ishda B-splayn va Kriging usullariga asoslangan modellar ko‘rib chiqilib, notekis qadamli to‘r tugunlarida qaysi usul samaraliroq natija berishi tahlil qilinadi.

Kriging usuli fazoviy avtokorrelyatsiya g‘oyasiga asoslangan interpolyatsiya yondashuvi hisoblanadi. Uning asosiy mohiyati shundan iboratki, fazoda bir-biriga yaqin joylashgan nuqtalardagi qiymatlar odatda uzoqroq joylashgan nuqtalardagi qiymatlarga nisbatan o‘zaro yaqinroq bo‘ladi. Shu sababli noma’lum nuqtadagi qiymatni baholashda barcha ma’lumot nuqtalariga bir xil yondashish emas, balki ularning fazodagi joylashuvi va o‘zaro bog‘liqligini hisobga olish muhimdir. Aynan shu xususiyat Kriging usulini oddiy geometrik yoki algebraik interpolyatsiya usullaridan ajratib turadi. Ushbu usul, ayniqsa, tugun nuqtalar notekis yoki tarqoq joylashgan hollarda samarali qo‘llanadi.

B-splayn usuli esa uzluksiz va silliq sirt qurish uchun qulay matematik vositalardan biri hisoblanadi. Bu usulda qidirilayotgan funksiya yoki sirt tayyor polinom bilan emas, balki B-splayn bazis funksiyalarining chiziqli kombinatsiyasi orqali ifodalanadi. B-splayn bazisida yozilgan splayn lokal xarakterga ega bo‘lib, ma’lum nuqtadagi qiymatga asosan unga yaqin joylashgan bazis funksiyalar ta’sir ko‘rsatadi. Shu sababli B-splayn usuli silliq sirtlar qurish, approksimatsiya va interpolyatsiya masalalarida keng qo‘llanadi. Ayniqsa, tugun nuqtalar to‘r ko‘rinishida tartiblangan hollarda bu usul yuqori aniqlikdagi natijalar berishi mumkin [3,4].

Shunday qilib, B-splayn va Kriging usullari interpolyatsiya masalalarida turli yondashuvlarga asoslanadi. B-splayn ko‘proq strukturallashgan tugunlar

ISSN 3030-3907

to‘plamida silliq sirt qurish uchun qulay bo‘lsa, Kriging usuli fazoviy bog‘liqlikni hisobga olishi sababli notekis joylashgan nuqtalar bilan ishlashda muhim ahamiyat kasb etadi. Mazkur ishda aynan shu ikki usulning notekis qadamli to‘r tugunlarida berilgan ma’lumotlar uchun samaradorligi qiyosiy baholanadi.

Kriging usuli asosida ma’lumotlarini interpolyatsiya qilish

Faraz qilaylik, tadqiq qilinayotgan hududda n ta nuqtada kuzatuvlar mavjud bo‘lib, ular

$$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \ldots, (x_n, y_n, z_n)$$

Ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. Bu yerda (x_i, y_i) nuqtaning koordinatalari, z_i esa shu nuqtadagi o‘lchangan parametr qiymatidir. Endi maqsad (x_0, y_0) nuqtadagi noma’lum qiymatni topishdan iborat bo‘ladi. Ordinary kriging usulida ushbu noma’lum qiymat ma’lum qiymatlarning og‘irlikli yig‘indisi orqali aniqlanadi [5]:

$$\overline{Z}(x_0, y_0) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z(x_i, y_i)$$

Bu yerda λ_i lar kriging og‘irliklari bo‘lib, ular tasodifiy tanlanmaydi, balki fazoviy bog‘liqlikdan kelib chiqib maxsus tizim yordamida aniqlanadi. Ordinary kriging uchun qo‘shimcha ravishda

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1$$

sharti qo‘yiladi. Ushbu shart baholashning siljimagan bo‘lishini ta’minlaydi.

Kriging usulining amaliy qurilishida dastlab nuqtalar orasidagi masofalar aniqlanadi. Ikki nuqta orasidagi masofa Evklid formulasi yordamida hisoblanadi [6]:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

baholanayotgan nuqta bilan ma’lum nuqta orasidagi masofa esa

$$d_{i0} = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$$

Ko‘rinishda aniqlanadi. Bu masofalar keyingi bosqichda fazoviy bog‘liqlikni ifodalovchi semivariogramni qurish uchun kerak bo‘ladi. Krigingda masofa oddiy geometrik kattalik bo‘lib qolmay, balki qiymatlar o‘rtasidagi statistik o‘xshashlik yoki farqlanish darajasini baholash vositasiga aylanadi.

Semivariogram krigingning asosiy elementi hisoblanadi. U ma’lumotlarning fazodagi avtokorrelyatsiyasini ifodalaydi, ya’ni masofa ortgan sari qiymatlar qanchalik farqlashishini ko‘rsatadi. Nazariy jihatdan semivariogram

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} Var(Z(s) - Z(s+h))$$

ISSN 3030-3907

ko‘rinishda aniqlanadi. Amaliy hisoblashlarda esa eksperimental semivariogram ishlatiladi. U quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\gamma(h)=\frac{1}{2N(h)}\sum_{(i,j)\in N(h)}\left(z_i-z_j\right)^2$$

Bu yerda N(h) — masofasi h atrofida bo‘lgan nuqtalar juftliklari soni. Boshqacha aytganda, barcha nuqta juftliklari masofa bo‘yicha guruhlarga ajratiladi va har bir guruh uchun qiymatlar farqi kvadratlarining o‘rtachasi olinadi. Shunday qilib, semivariogram nuqtalari hosil qilinadi. Ushbu nuqtalar ma’lumotlarning fazodagi tuzilishini ifodalaydi.

Eksperimental semivariogram nuqtalari odatda notekis va shovqinli bo‘ladi. Shu sababli ular asosida bevosita kriging bajarilmaydi. Buning o‘rniga eksperimental nuqtalarga nazariy variogram modeli moslashtiriladi. Amaliyotda spherical, exponential, gaussian va linear modellar keng ishlatiladi. Ordinary kriging uchun ko‘plab dasturiy paketlar ham aynan shu turdagi semivariogram modellarini standart variant sifatida taklif qiladi. Tarqoq ma’lumotlari bilan ishlashda spherical model ko‘p qo‘llanadigan variantlardan biri hisoblanadi.
Spherical model quyidagicha yoziladi:

$$\gamma(h)=\begin{cases}c_0+c\left(\dfrac{3h}{2a}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{h}{a}\right)^3\right), & 0<h\le a\\ c_0+c, & h>a\end{cases}$$

Bu formulada c_0 - nugget effekti, c_0+c - sill, a esa range parametridir. Nugget juda kichik masofadagi o‘lchov xatolari yoki mayda masshtabdagi tasodifiy o‘zgarishlarni ifodalaydi. Sill semivariogramning barqarorlashadigan yuqori sathini bildiradi. Range esa nuqtalar orasidagi fazoviy bog‘liqlik amalda saqlanib turadigan masofani ko‘rsatadi. Agar nuqtalar orasidagi masofa rangeni oshib ketsa, ularning qiymatlari bir-biriga deyarli bog‘liq emas deb qaraladi [7].

Nazariy semivariogram modeli tanlangach, ordinary kriging og‘irliklari maxsus tenglamalar tizimidan topiladi:

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\gamma\left(d_{ij}\right)+\mu=\gamma\left(d_{i0}\right),\quad i=1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{N}\lambda_j=1$$

Bu yerda μ - Lagrange ko‘paytirgich bo‘lib, u og‘irliklar yig‘indisining birga teng bo‘lish shartini hisobga olish uchun kiritiladi. Mazkur tizim yechilgach, $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ og‘irliklar aniqlanadi. So‘ngra ular yordamida noma’lum nuqtadagi baholangan qiymat hisoblanadi:

ISSN 3030-3907

$$\overline{Z}(x_0, y_0) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z(x_i, y_i)$$

Demak, kriging jarayonida semivariogram modelidan bevosita og‘irliklarni topishda foydalaniladi, og‘irliklar esa yakuniy interpolyatsion qiymatni beradi.

B-splayn usuli asosida tog‘-kon ma’lumotlarini interpolyatsiya qilish

Bir o‘lchovli holatda B-splayn funksiya quyidagi ko‘rinishda yoziladiv[8]:

$$S(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i B_{i,k}(x)$$

Bu yerda $B_{j,k}(x)$ - k-k-darajali B-splayn bazis funksiyalar, c_j - splayn koeffitsiyentlari, $t = \{t_0, t_1, \ldots, t_{n+k}\}$ esa tugunlar vektori hisoblanadi.

B-splayn bazis funksiyalari rekurrent ravishda aniqlanadi. Nolinchi darajali bazis funksiya

$$B_{i,0}(x) = \begin{cases} 1, & t_i \le x < t_{i+1} \\ 0, & aks\ holda \end{cases}$$

ko‘rinishda olinadi [9]. Yuqori darajali bazis funksiyalar esa Cox–de Boor rekurrent formulasi yordamida quriladi:

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - t_i}{t_{i+k} - t_i} B_{i,k-1}(x) + \frac{t_{i+k+1} - x}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(x)$$

Agar maxraj nolga teng bo‘lsa, mos had nol deb olinadi. Ushbu rekurrent yozilish B-splayn qurilishining asosiy matematik tayanchi hisoblanadi [10].

B-splayn usulining muhim xususiyati shundaki, har bir bazis funksiya faqat cheklangan oraliqda noldan farqli bo‘ladi. Shuning uchun B-splayn lokal bazis deyiladi. Bundan tashqari, bir nuqtada ko‘pi bilan k+1 ta bazis funksiya noldan farqli bo‘ladi. Bu xossa katta hajmli ma’lumotlar bilan ishlashda hisoblashni yengillashtiradi.

Amaliy masalalarda ko‘pincha kubik B-splayn ishlatiladi, ya’ni k=3 olinadi. Bunda splayn quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi [11]:

$$S(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i B_{i,3}(x)$$

Kubik B-splayn keng qo‘llanishining sababi shundaki, u yetarli darajada silliq bo‘ladi va ko‘plab amaliy jarayonlar uchun mos aproksimatsiya beradi.

Tog‘-kon ma’lumotlari bilan ishlashda odatda sirt ikki o‘lchovli sohada quriladi. Agar hudud bo‘yicha nuqtalar (x_i, y_i, z_i) ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, u holda qidirilayotgan sirt z=z(x,y) ni ikki o‘lchovli B-splayn ko‘rinishida ifodalash mumkin. Bunday sirt bir o‘lchovli bazis funksiyalarning tensor ko‘paytmasi asosida yoziladi [12]:

ISSN 3030-3907

$$S(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{i=0}^{m}c_{ij}B_{i,p}(x)B_{j,q}(y)$$

Bu yerda $B_{i,p}(x)$ - x yo‘nalish bo‘yicha bazis funksiya, $B_{j,q}(y)$ - y yo‘nalish bo‘yicha bazis funksiya, c_{ij} esa sirt koeffitsiyentlari hisoblanadi.

Agar ikki yo‘nalishda ham kubik daraja olinsa, ya’ni p=q=3, u holda sirt quyidagicha yoziladi:

$$S(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{i=0}^{m}c_{ij}B_{i,3}(x)B_{j,3}(y)$$

Mazkur formula tog‘-kon ma’lumotlari uchun eng qulay yozilishlardan biridir. Chunki u relyef yuzasi, ruda miqdori taqsimoti yoki qatlam qalinligi kabi parametrlarni silliq sirt tarzida ifodalash imkonini beradi. Bunda c_{ij} koeffitsiyentlar sirt shaklini belgilaydi va ular berilgan ma’lumotlarga moslab aniqlanadi.

B-splayn modelida tugunlar va koeffitsiyentlar alohida ahamiyatga ega. Tugunlar vektori sirt yoki chiziqning qaysi oraliqlarda qanday polinom bo‘laklar bilan ifodalanishini belgilaydi. Koeffitsiyentlar esa bazis funksiyalar oldidagi og‘irliklar bo‘lib, ular splayn shaklini boshqaradi [13,14,15].

TAHLIL VA NATIJALAR.

Modelning aniqligi va samaradorligini baholash maqsadida, maxsus tanlab olingan ikki o‘lchovli analitik funksiyaning matritsa shaklidagi qiymatlari asosida tiklash jarayoni amalga oshiriladi va natijalar boshqa yondashuvlar bilan taqqoslab tahlil qilinadi [4]. Bu bosqichda ikki o‘lchovli Ermit splayn modeli uchun algoritm ishlab chiqiladi. Tanlangan funksiya qiymatlari tengmas oraliqli x va y o‘zgaruvchilar asosida jadval ko‘rinishida aniqlanadi. Avvalo, ushbu funksiyaning o‘zi ko‘rib chiqiladi.

$$f(x,y)=\sin(x)\cdot e^{-\cos(y)}+\cos(y)\cdot e^{\sin(x)}$$

bu yerda:

x = [-2.0, -1.3, -0.7, 0.0, 1.1, 2.0]

y = [-2.0, -1.4, -0.6, 0.3, 1.2, 2.0]

Python dasturida ushbu funksiyani jadval qiymatlarini hosil qilib so‘ngra ushbu jadval asosida grafik tasvirini hosil qilamiz [7].

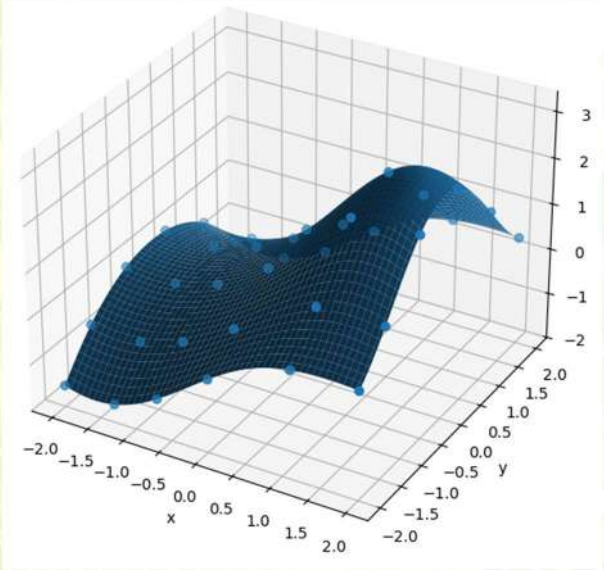
x va y vektorlaridagi koordinatalar asosida ikki o‘lchovli to‘r koordinatalarini qaytaradi. X - har bir satr x ning nusxasi bo‘lgan matritsa va Y - har bir ustunining nusxasi bo‘lgan matritsa. X va Y koordinatalari bilan ifodalangan panjara uzunlik (y) qatorlar va uzunlik (x) ustunlariga ega[8].

ISSN 3030-3907

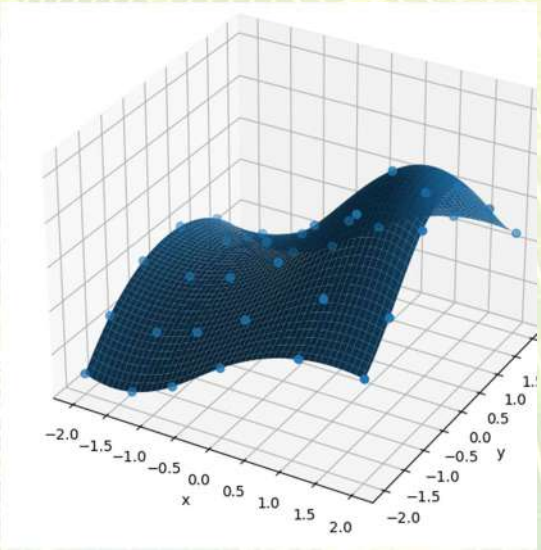
1-jadval.

Maxsus tanlab olingan ikki o‘zgaruvchili funksiyaning jadval qiymatlari

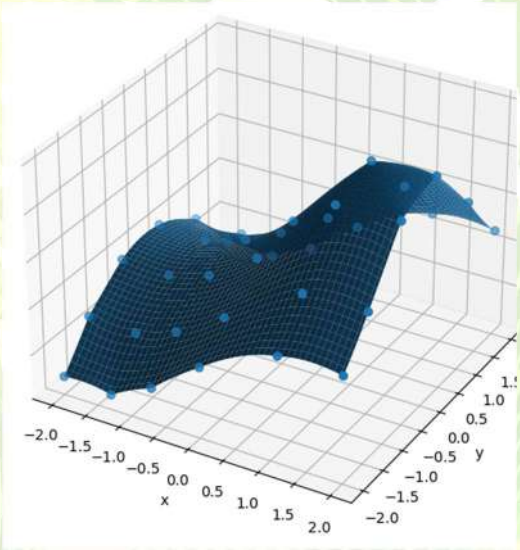
X/Y	-2,0	-1,3	-0,7	0,0	1,1	2,0
-2,0	-1.5462	-1.6196	-1.1952	-0.4161	0.3366	0.3455
-1,4	-0.6987	-0.7481	-0.4543	0.1700	1.1663	1.1891
-0,6	-0.0659	-0.1072	0.1511	0.8253	2.4027	2.4473
0,3	0.0350	-0.0062	0.2538	0.9553	2.6720	2.7215
1,2	-0.4869	-0.5324	-0.2581	0.3624	1.5038	1.5325
2,0	-1.5462	-1.6196	-1.1952	-0.4161	0.3366	0.3455



1-rasm. Asl funksiya grafigi



2-rasm. B-splayn yordamida tiklangan sirt



3-rasm. Kriging yordamida tiklangan sirt

Yuqoridagi grafiklardan ko‘rishimiz mumkinki ikkala usul ham berilgan funksiyani silliq va asl funksiyaga yaqin qilib tiklagan. Ikkala modelning ham

ISSN 3030-3907

xatoligini baholash uchun ba’zi nuqtalarda funksiya qiymati, uning B-splayn va Kriging usullarida tiklangan qiymatlari hamda tiklashdagi absolyut xatolikni ko‘rib o‘tishimiz kerak bo‘ladi. Buni biz 2-jadvalda ko‘rib o‘tamiz.

2-jadval.

Tanlangan funksiya va biz solishtirayotgan modellar orqali tiklangan qiymatlarining solishtirma tahlil natijalari.

x	y	f(x,y)	B-splayn	Kriging	B-splayn err	Kriging err
-2.0000	-2.0000	-1.546220	-1.546220	-1.546220	8.881784e-16	3.8873e-12
-2.0000	-0.9899	-0.304212	-0.306831	-0.361551	2.618399e-03	1.1873e-02
-2.0000	0.0202	0.068145	0.069608	0.090481	1.462881e-03	1.2179e-02
-2.0000	1.0303	-0.336277	-0.337517	-0.365092	1.239794e-03	1.2319e-02
-2.0000	2.0000	-1.546220	-1.546220	-1.546220	4.440892e-16	3.2832e-12
-0.9899	-2.0000	-1.447802	-1.446492	-1.368920	1.309943e-03	2.1157e-03
-0.9899	-0.9899	-0.245036	-0.246640	-0.290023	1.603857e-03	1.2152e-02
-0.9899	0.0202	0.125766	0.127913	0.162918	2.146608e-03	8.6596e-03
-0.9899	1.0303	-0.276676	-0.277093	-0.306115	4.169419e-04	1.2456e-02
-0.9899	2.0000	-1.447802	-1.446492	-1.379625	1.309943e-03	2.1157e-03
0.0202	-2.0000	-0.394012	-0.394996	-0.394860	9.834337e-04	3.0706e-04
0.0202	-0.9899	0.571642	0.571388	0.553577	2.533794e-04	1.1278e-03
0.0202	0.0202	1.027631	1.027722	1.071291	9.150868e-05	3.2193e-04
0.0202	1.0303	0.537134	0.535482	0.528853	1.652505e-03	1.1729e-03
0.0202	2.0000	-0.394012	-0.394996	-0.395389	9.834337e-04	3.0706e-04

ISSN 3030-3907

1.0303	-2.0000	0.319073	0.313046	0.317081	6.026559e-03	9.516e-04
1.0303	-0.9899	1.788861	1.790424	1.745009	1.563415e-03	6.1449e-03
1.0303	0.0202	2.672177	2.672213	2.578098	3.595162e-05	1.0993e-02
1.0303	1.0303	1.725451	1.721982	1.681325	3.468966e-03	6.468e-03
1.0303	2.0000	0.319073	0.313046	0.317782	6.026559e-03	9.516e-04
2.0000	-2.0000	0.345477	0.345477	0.345477	5.551115e-17	4.2421e-12
2.0000	-0.9899	1.887637	1.887740	1.830092	1.026883e-04	8.3148e-03
2.0000	0.0202	2.816651	2.812009	2.689630	4.642423e-03	8.4175e-03
2.0000	1.0303	1.820978	1.816016	1.764204	4.962675e-03	8.5526e-03
2.0000	2.0000	0.345477	0.345477	0.345477	0.000000e+00	5.2692e-12

2-jadvaldagi ma’lumotlardan ko‘rinib turibdiki ikkala model ham asl funksiyaga yuqori aniqlikda yaqinlashgan. Quyida bu ikkala modelni ham bir nechta mezonlar asosida xatoligini baholaymiz.

Interpolyatsiya natijalarini baholash va qiyosiy tahlil

Ushbu tadqiqotda berilgan test funksiya asosida hosil qilingan qiymatlar jadvali bo‘yicha B-splayn va kriging usullari yordamida sirt tiklandi. Tiklangan sirtlarning aniqligini baholash uchun bir nechta xatolik mezonlaridan foydalanildi. Xususan, o‘rtacha absolyut xatolik, o‘rtacha kvadratik xatolik, o‘rtacha kvadratik xatolik ildizi, maksimal absolyut xatolik hamda determinatsiya koeffitsiyenti hisoblandi. Ushbu mezonlar yordamida interpolyatsiya natijalarining haqiqiy funksiyaga qanchalik yaqinligi tahlil qilindi.

Faraz qilaylik, z_i i-nuqtadagi haqiqiy qiymat, $\bar{z}_i$ esa interpolyatsiya natijasida topilgan qiymat bo‘lsin. U holda o‘rtacha absolyut xatolik quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|z_i - \bar{z}_i\right|$$

ISSN 3030-3907

Bu mezon haqiqiy va tiklangan qiymatlar orasidagi o‘rtacha absolyut farqni ko‘rsatadi. MAE ning kichik bo‘lishi modelning umumiy aniqligi yuqori ekanligini bildiradi.

Hisoblash natijalariga ko‘ra, B-splayn usuli uchun MAE=0.0068093414, kriging usuli uchun esa MAE=0.0082114101 qiymat olindi.

Bu natijalar shuni ko‘rsatadiki, o‘rtacha absolyut xatolik bo‘yicha B-splayn usuli krigingga nisbatan aniqroq natija berdi. Ya’ni tekshirilgan nuqtalarda B-splayn yordamida tiklangan qiymatlar haqiqiy funksiya qiymatlariga o‘rtacha hisobda yaqinroq joylashgan. Kriging usulida ham xatolik juda kichik bo‘lsa-da, bu mezon bo‘yicha B-splayn ustunlik qildi.

O‘rtacha kvadratik xatolik esa quyidagicha hisoblanadi:

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(z_i - \bar{z}_i\right)^2$$

MSE da xatoliklar kvadratga ko‘tarilgani sababli katta og‘ishlar kuchliroq baholanadi. Shu sababli mazkur ko‘rsatkich modelning notekis xatolarga sezgirligini yaxshi ifodalaydi.

Hisoblash natijalariga ko‘ra, B-splayn usuli uchun MSE= 0.0000976821 , kriging usuli uchun esa MSE= 0.0001127844 qiymat olindi.

Natijalardan ko‘rinib turibdiki, B-splayn usulida o‘rtacha kvadratik xatolik ham kichikroq chiqdi. Bu esa B-splayn modelida nisbatan katta og‘ishlar soni va ta’siri kamroq bo‘lganini anglatadi. Kriging usulida ham MSE juda kichik qiymat olgan, ammo B-splayn bunda ham yaxshiroq moslik ko‘rsatgan.

O‘rtacha kvadratik xatolikning ildizi, ya’ni RMSE, quyidagicha aniqlanadi:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(z_i - \bar{z}_i\right)^2}$$

RMSE amaliy jihatdan juda qulay mezon bo‘lib, uning o‘lchov birligi to‘g‘ridan to‘g‘ri baholanayotgan parametrning o‘lchov birligiga mos keladi. Shu sababli interpolyatsiya aniqligini talqin qilishda RMSE ko‘pincha eng muhim ko‘rsatkichlardan biri sifatida ishlatiladi.

Hisoblash natijalariga ko‘ra, B-splayn usuli uchun RMSE= 0.0098834231 , kriging usuli uchun esa RMSE= 0.0106199993 qiymat olindi.

Ko‘rinadiki, RMSE bo‘yicha ham B-splayn usuli yaxshiroq natija ko‘rsatdi. Bu degani, kvadratik xatoliklarni hisobga olgan holda ham B-splayn bilan tiklangan sirt haqiqiy funksiyaga yaqinroq bo‘lgan. Kriging natijasi ham yuqori aniqlikni ko‘rsatadi, lekin ushbu tajribada B-splayn biroz ustun chiqdi.

Maksimal absolyut xatolik interpolyatsiya natijasining eng yomon nuqtadagi og‘ishini ifodalaydi va quyidagicha yoziladi:

ISSN 3030-3907

$$E_{\max} = \max_{1 \le i \le N} \left| z_i - \bar{z}_i \right|$$

Mazkur mezon ayniqsa eng noqulay holatni aniqlashda muhim bo‘lib, sirtning qaysidir nuqtasida model qanchalik katta xatoga yo‘l qo‘yishi mumkinligini ko‘rsatadi.

Hisoblash natijalari:

$$E_{\max}^{B-spline} = 0.0316160593$$

$$E_{\max}^{Kriging} = 0.0343020452$$

Bu natijalardan ko‘rinadiki, eng katta xatolik bo‘yicha ham B-splayn yaxshiroq natija ko‘rsatdi. Ya’ni eng noqulay nuqtada ham B-splayn yordamida olingan natijaning haqiqiy funksiyadan og‘ishi krigingnikiga qaraganda kichikroq bo‘ldi. Bu holat B-splayn tiklanishining yanada barqarorroq ekanini ko‘rsatadi.

Modelning umumiy moslik darajasini baholash uchun determinatsiya koeffitsiyenti, ya’ni R^2 ko‘rsatkichi ham hisoblandi:

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} z_i$$

Haqiqiy qiymatlarning o‘rtacha arifmetik qiymati. R^2 ning 1 ga yaqin bo‘lishi tiklangan sirt haqiqiy funksiyani juda yaxshi ifodalashini bildiradi.

Hisoblash natijalari quyidagicha bo‘ldi:

$$R^2_{B-spline} = 0.9999238845$$

$$E^2_{Kriging} = 0.9999121165$$

Har ikkala usul uchun ham R^2 qiymati 1 ga juda yaqin chiqdi. Bu B-splayn ham, kriging ham berilgan test funksiyani yuqori aniqlikda tiklay olganini ko‘rsatadi. Shunga qaramay, B-splayn uchun R^2 qiymati biroz kattaroq bo‘lgani sababli u haqiqiy funksiyaga moslik darajasi bo‘yicha ham bir oz ustun natija berdi.

Barcha asosiy mezonlar bo‘yicha B-splayn usuli biroz yaxshiroq natija ko‘rsatdi. Xususan, MAE, MSE, RMSE va maksimal absolyut xatolik qiymatlari B-splayn uchun kichikroq bo‘ldi, R^2 qiymati esa kattaroq chiqdi. Bu esa berilgan tajribada B-splayn modeli haqiqiy funksiyani aniqroq tiklaganini ko‘rsatadi.

Mazkur natija tasodifiy emas. Chunki berilgan tugun nuqtalari x va y bo‘yicha tartibli ko‘rinishda tanlangan bo‘lib, bu holat tensor-product kubik B-splayn uchun juda qulay hisoblanadi. Bundan tashqari, tekshirilayotgan funksiya silliq va uzluksiz bo‘lgani sababli kubik B-splayn uning shaklini yuqori aniqlikda qayta tiklay oldi. Kriging usuli esa, odatda, notekis joylashgan fazoviy ma’lumotlar bilan ishlashda ayniqsa samarali bo‘ladi. Shu sababli ushbu sharoitda B-splayn usulining ustun chiqishi tabiiy va metodologik jihatdan asosli natija hisoblanadi.

XULOSA.

ISSN 3030-3907

Kriging usulining ustun tomoni shundaki, u ma’lumot nuqtalarining oddiy geometrik yaqinligini emas, balki statistik bog‘liqligini hisobga oladi. Shu sababli notekis joylashgan tog‘-kon ma’lumotlari bilan ishlashda u ko‘pincha ancha asosli natija beradi. Bundan tashqari, amaliy geostatistik tizimlarda kriging baholash bilan birga baholash noaniqligini ham hisoblash imkonini beradi. Bu esa kon-geologik qarorlar qabul qilishda muhim ahamiyatga ega. Ayniqsa, foydali qazilma zaxirasini fazoviy taqsimlash, istiqbolli uchastkalarni ajratish va oraliq nuqtalardagi qiymatlarni baholash kabi masalalarda kriging samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi.

Ma’lumotlarni tiklashda B-splayn usulining afzalligi shundaki, u sirtni silliq quradi, lokal ta’sir xossasiga ega va ko‘plab nuqtalar asosida barqaror modellashtirish imkonini beradi. Ayniqsa, maydonining balandlik xaritasi, geologik sath yuzasi yoki o‘lchov qiymatlarining uzluksiz taqsimotini vizual ko‘rsatishda B-splayn qulay hisoblanadi. Shu bilan birga, uning klassik tensor-product ko‘rinishi ko‘proq tartibli yoki to‘rga yaqin tuzilmalar uchun tabiiyroq ekanini ham e’tiborda tutish kerak. Scattered, ya’ni mutlaqo notekis fazoviy ma’lumotlarda kriging ko‘proq tabiiy geostatistik yechim bersa, B-splayn silliq sirt rekonstruksiyasi tomondan kuchli usul sifatida qaraladi. Bu farq maqoladagi qiyosiy tahlil uchun muhim nazariy asos bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. S. Bakhromov, J. Jumaev, S. Kobilov, M. Tukhtasinov, Analysis of the Construction of Local Interpolation Cubic Splines on the Basis of Detailed Data // AIP Conference Proceedings, 2023, 2781, 020077.
2. S.A. Bakhromov, Z.K. Eshkuvatov, Error Estimates for One Local Interpolation Cubic Spline with the Maximum Approximation Order of $O(h^3)$ for W^1[a,b] Classes // AIP Conference Proceedings, 2023, 2484, 030009.
3. S.A. Bakhromov, Digital Processing of Signals Ryabenky Cubic Spline Model // AIP Conference Proceedings, 2023, 2781, 020015.
4. S. Bakhromov, Comparative Analysis of Methods for Approximation of Functions by Polynomial Splines // AIP Conference Proceedings, 2023, 2781, 020069.
5. Song, Y., & Tsai, F. T.-C. (2024). Borehole-Based Interval Kriging for 3D Lithofacies Modeling. Water Resources Research, 60(6), e2023WR035020.
6. Kebede, H., Demissie, Z., Tadesse, H., & Eshetu, A. (2024). Spatial interpolation techniques comparison and evaluation: The case of ground-based gravity and elevation datasets of the central Main Ethiopian rift. Heliyon, 10(12), e32806.

ISSN 3030-3907

7. Boumpoulis, V., Michalopoulou, M., & Depountis, N. (2023). Comparison between different spatial interpolation methods for the development of sediment distribution maps in coastal areas. Earth Science Informatics, 16, 2069–2087.
8. Jiang, X., Wang, B., Huo, G., Su, C., Yan, D.-M., & Zheng, Z. (2022). Scattered Points Interpolation with Globally Smooth B-Spline Surface using Iterative Knot Insertion. Computer-Aided Design, 148, 103244.
9. Liu, C., Li, J., & Hu, L. (2022). Jacobi–PIA algorithm for bi-cubic B-spline interpolation surfaces. Graphical Models, 120, 101134.
10. Harmening, C., & Butzer, R. (2024). Improving the approximation quality of tensor product B-spline surfaces by local parameterization. Journal of Applied Geodesy, 18(4), 575–596.
11. Song, T., Shen, T., Ge, L., & Feng, J. (2024). A Hybrid Parametrization Method for B-Spline Curve Interpolation via Supervised Learning. Computer Graphics Forum, 43(7).
12. Liu, M., Sun, C., & Ge, S. (2025). Engineering-Scale B-Spline Surface Reconstruction Using a Hungry Predation Algorithm, with Validation on Ship Hulls. Applied Sciences, 15(21), 11471.
13. Z.K. Eshkuvatov, S. Bakhramov, The Automatic Quadrature Scheme for the First Order Weighted Singular Integrals // AIP Conference Proceedings, 2023, 2746(1), 060001.
14. Qobilov S. Sh Tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan bikubik splayn modelining uzluksizligini baholash// Scientific-technical journal (STJ FerSTU, ФарДТУ ИТЖ, НТЖ ФерГТУ, 2025, T.29.спец. выпуск №8)
15. Qobilov S. Sh Evaluation Of The Continuity Of A No-Node Bicubic Spline Model// Bulletin of TUIT: Management and Communication Technologies. № 3s(7)2025

ISSN 3030-3907