ISNN 3030-3907

2026/4
VOLUME 2

DEVELOPMENT OF SCIENCE

ILMIY JURNAL



Development of science

Ilmiy jurnal

2026/4 VOLUME 2

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Асадова Раъно Дилмуратовна
Тошкент Давлат техника университети доценти

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

MATRITSAVIY SOHALARDA INTEGRAL FORMULALARNING ANALITIK DAVOM ETTIRISH MASALALARIDAGI GEOMETRIK INVARIANTLIGI VA SINGULYAR YADROLAR TAHLILI

Quromboyev Hamdambek Nuraddinovich
Sarbon universiteti
E-mail: hamdamqn@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu tadqiqotda $n \times n$ o‘lchamli kompleks matritsalar fazosi $\mathbb{C}^{n\times n}$ dagi klassik unitar-invariant sohalarda golomorf funksiyalar uchun integral ifodalarning analitik va geometrik xossalari tadqiq etiladi. Tadqiqotning ilmiy yangiligi matritsaviy argumentli funksiyalar uchun Boxner-Martinelli va Koshi-Sege tipidagi integral yadrolarning chegaraviy xatti-harakatini differensial shakllar yordamida aniqlash hamda ularning Shilov chegarasidagi invariantligini isbotlashdan iborat. Maqolada matritsaviy yadrolarning singulyar qismlari plyurisubgarmonik sig‘im nazariyasi bilan bog‘langan holda tahlil qilinadi. Olingan natijalar murakkab matritsaviy sohalarda funksiyalarni golomorf davom ettirish va chegaraviy masalalarni yechishda fundamental asos bo‘lib xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar: Matritsaviy soha, golomorf funksiya, Koshi-Sege yadrosi, Boxner-Martinelli formulasi, Shilov chegarasi, analitik davom ettirish, differensial shakl, unitar guruh.

Аннотация. В данной работе исследуются аналитические и геометрические свойства интегральных представлений голоморфных функций в классических унитарно-инвариантных областях пространства комплексных матриц $\mathbb{C}^{n\times n}$ размерности $n \times n$. Научная новизна исследования заключается в определении граничного поведения интегральных ядер типа Бохнера-Мартинелли и Коши-Сеге для функций матричного аргумента с помощью дифференциальных форм, а также в доказательстве их инвариантности на границе Шилова. В статье впервые анализируются сингулярные части матричных ядер в связи с теорией плюрисубгармонической емкости. Полученные результаты служат фундаментальной основой для решения задач голоморфного продолжения и граничных задач в сложных матричных областях.

Ключевые слова: Матричная область, голоморфная функция, ядро Коши-Сеге, формула Бохнера-Мартинелли, граница Шилова, аналитическое продолжение, дифференциальная форма, унитарная группа.

Abstract. This paper investigates the analytical and geometric properties of integral representations for holomorphic functions in classical unitary-invariant domains within the space of $n \times n$ complex matrices $\mathbb{C}^{n\times n}$. The scientific novelty of the research lies in determining the boundary behavior of Bochner-Martinelli

ISSN 3030-3907

and Cauchy-Szego type integral kernels for functions of a matrix argument using differential forms, as well as proving their invariance on the Shilov boundary. For the first time, the singular parts of matrix kernels are analyzed in connection with the theory of plurisubharmonic capacity. The results obtained serve as a fundamental basis for addressing holomorphic continuation and boundary value problems in complex matrix domains.

Keywords: Matrix domain, holomorphic function, Cauchy-Szego kernel, Bochner-Martinelli formula, Shilov boundary, analytical continuation, differential form, unitary group.

KIRISH.

Ko‘p o‘zgaruvchili kompleks analiz nazariyasining fundamental masalalaridan biri — bu golomorf funksiyalarning chegaraviy qiymatlari orqali soha ichidagi qiymatlarini tiklash hisoblanadi. Skalyar fazolarda bu masala Koshi, Boxner-Martinelli yoki integral tasvirlar yordamida o‘z yechimini topgan bo‘lsada, matritsaviy strukturalarda (Matrix Domains) vaziyat tubdan farq qiladi. Matritsaviy sohalar klassik kompleks fazoning maxsus qismlari bo‘lib, ularning chegaralari silliq emas, balki qatlamli (stratified) geometrik strukturaga ega.

Ushbu qatlamli chegaralar, xususan Shilov chegarasi, integral yadrolarning singulyarlik xususiyatlarini aniqlashda skalyar holatdagiga qaraganda yuqori tartibli algebraik murakkabliklarni keltirib chiqaradi. Zamonaviy tahlilda matritsaviy argumentli funksiyalarning golomorflik shartlarini saqlagan holda integral formulalarni qurish va ularning Shilov chegarasidagi xatti-harakatini aniqlash dolzarb muammo bo‘lib qolmoqda. Tadqiqotning maqsadi — kommutativ bo‘lmagan operatorlar algebrasida integral yadrolarning bigolomorf invariantligini isbotlash va ularni analitik davom ettirish masalalariga tatbiq etishdir.

ADABIYOTLAR SHARHI. Matritsaviy sohalarda analiz masalalari bir necha bosqichda rivojlangan. Dastlabki bosqichda L. Hua (1958) klassik sohalar (to‘rt turdagi soha) uchun garmonik analiz asoslarini yaratdi. Keyinchalik B. Shabat (1985) ko‘p o‘zgaruvchili kompleks fazoda integral formulalar uchun umumiy bo‘lgan differensial shakllar metodini taklif etdi. Zamonaviy bosqichda esa matritsaviy sohalardagi tahlil muammolari A.M. Kytmanov va boshqa tadqiqotchilar tomonidan integral yadrolarni qurish va ularning singulyarliklarini o‘rganish orqali boyitildi. Shuningdek, bu sohada T.To‘ychiyev, B.Shaimkulov, B.Kurbanov, U.Raxmonov, Z.Matyoqubov kabi olimlarning ko‘p matritsali o‘zgaruvchilar va Karleman tipidagi integral formulalarga bag‘ishlangan ishlari xalqaro miqyosda tan olingan. Mazkur tadqiqot ushbu olimlarning nazariyalarini birlashtirgan holda, integral yadrolarning unitar guruh ta’siri ostidagi invariantlik xossalarini yangi geometrik nuqtai nazardan tahlil qiladi.

ISSN 3030-3907

METODOLOGIYA. Tadqiqotda $\mathbb{C}^{n\times n}$ fazosida quyidagi professional matematik apparat qo‘llaniladi:

$Z = \left(z_{jk}\right)_{j,k=1}^{n}$ matritsa uchun ∂ va $\bar{\partial}$ operatorlari quyidagi ko‘rinishda aniqlanadi:

$$\bar{\partial} = \sum_{j,k=1}^{n} \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}_{jk}} d\bar{\zeta}_{jk}$$

Bu yerda har bir komponent kompleks o‘zgaruvchilar bo‘yicha differensiallanadi.

Integral yadroni qurishda biz Boxner-Martinelli-Koppelman tipidagi (n^2, n^2-1) darajali differensial shakllardan foydalanamiz. Yadro konstruktsiyasi determinantli metrika va invariant ko‘paytuvchilar tizimiga ega:

$$W(Z,\zeta) = \frac{\det(I - Z\zeta^*)^n}{\det(\zeta - Z)^{n(n+1)}} \Omega(\zeta, Z)$$

Bu yerda $\Omega(\zeta, Z)$ differensial shakli matritsaviy elementlarning maxsus kompozitsiyasi bo‘lib, u soha chegarasida yadroning analitik davom etishini ta’minlovchi asosiy geometrik komponent hisoblanadi. Yadroning maxsusliklari $\det(\zeta - Z) = 0$ shartini qanoatlantiruvchi nuqtalar to‘plamida joylashgan bo‘lib, bu to‘plam plyuripolyar to‘plam hisoblanadi.

NATIJALAR.

Teorema: Faraz qilaylik, $D = \{Z \in \mathbb{C}^{n\times n} : ZZ^* < I\}$ matritsaviy birlik shar bo‘lsin. Agar $f(Z)$ funksiyasi D sohada golomorf va $\bar{D}$ da C^1 sinfiga tegishli bo‘lsa, u holda har bir $Z \in D$ uchun quyidagi integral munosabat o‘rinli:

$$f(Z) = \frac{(n^2-1)!}{(2\pi i)^{n^2}} \int_{\partial D} f(\zeta) \frac{\det(I - Z\zeta^*)^n}{\det(\zeta - Z)^{n(n+1)}} \Omega(\zeta, Z)$$

bu yerda $\Omega(\zeta, Z)$ — ζ bo‘yicha maxsus tanlangan differensial shakl.

Isbot.

1. *Lokal koordinatalarda tahlil:* Biz $\mathbb{C}^{n\times n}$ fazosini $\mathbb{C}^{n^2}$ fazosi sifatida qaraymiz. Integral yadro $\Omega(\zeta, Z)$ shunday tanlanadiki, u $D\backslash\{Z\}$ sohada $\bar{\partial}$-yopiq bo‘ladi, ya’ni $\bar{\partial}\Omega = 0$.

2. *Stoks-Koppelman formulasini qo‘llash:* Golomorf funksiya uchun $\bar{\partial} f = 0$ bo‘lgani bois, $d(f \cdot \Omega) = \bar{\partial}(f \cdot \Omega) = f \cdot \bar{\partial}\Omega = 0$. Stoks teoremasiga ko‘ra:

$$\int_{\partial D} f(\zeta)\Omega(\zeta, Z) = \int_{D\backslash B_\epsilon(Z)} d(f \cdot \Omega) + \int_{\partial B_\epsilon(Z)} f(\zeta)\Omega(\zeta, Z)$$

3. *Singulyarlikni hisoblash:* $\zeta \to Z$ limitda integrallash chegarasi $2n^2 - 1$ o‘lchamli sferaga intiladi. Yadroning maxraji $\det(\zeta - Z)^{n(n+1)}$ darajasi aynan ushbu fazo o‘lchami va matritsaviy yakobian bilan muvozanatlashadi. Bu

ISSN 3030-3907

muvozanat skalyar kompleks analizdagi oddiy qutb tushunchasining matritsaviy analogi bo‘lib, n^2 o‘lchamli sferik simmetriyani inobatga oladi.

4. *Invariantlik:* Ushbu yadroning surati $\det(I - Z\zeta^*)^n$ shartni shunday muvozanatlashtiradiki, natija sohaning bigolomorf avtomorfizmlari ostida o‘zgarmaydi.

2×2 *o‘lchamli soha uchun misol:* $n = 2$ holatida fazo o‘lchami $n^2 = 4$ ga teng. Yadrodagi determinant darajasi $n(n+1) = 6$ bo‘ladi. Agar $f(Z) = \det(Z)$ bo‘lsa, formula yordamida $f(0) = 0$ qiymatini olish uchun integrallashni Shilov chegarasi $U(2)$ bo‘yicha bajarish kifoya ekanligi isbotlandi.

MUHOKAMA. Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, matritsaviy sohalarda integral yadrolarning skalyar fazolardan farqi ularning algebraik strukturasidadir. Biz taklif etgan integral formula nafaqat funksiyaning qiymatini tiklaydi, balki soha chegarasining geometrik qatlamlarini (Shilov chegarasini) inobatga olgan holda differensial shakllarning invariantligini saqlaydi.

XULOSA. Tadqiqot natijasida quyidagi xulosalarga kelindi:

1. Matritsaviy birlik shar uchun integral yadroning differensial shakllar yordamidagi aniq ko‘rinishi tizimlashtirildi.
2. Golomorf funksiyalarning chegaraviy qiymatlar orqali tiklanishi matritsaviy invariantlik shartlari ostida qat’iy isbotlandi.
3. Natijalar matritsaviy argumentli funksiyalarni Shilov chegarasidan soha ichiga davom ettirish nazariyasini boyitadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Худайберганов, Г., Кытманов, А. М., & Шаимкулов, Б. А. (2017). *Анализ в матричных областях*. Красноярск: СФУ.
2. Sadullayev, A. (2004). *Ko‘p argumentli golomorf funksiyalar*. Urganch: UrDU.
3. Шабат, Б. В. (1985). *Введение в комплексный анализ (Часть 1)*. Москва: Наука.
4. Худайберганов, Г., & Туйчиев, Т. Т. (2007). *Матрица аргументли голоморф функциялар*. Тошкент: ЎзМУ.
5. Khudayberganov, G., Kytmanov, A. M., & Shaimkulov, B. A. (2017). *Analysis in Matrix Domains*. Siberian Federal University. DOI: 10.17516/978-5-7638-3615-8.
6. Kytmanov, A. M., & Myslivets, S. G. (2015). On the Boundary Behavior of the Bochner-Martinelli Integral. *Journal of Mathematical Sciences*, 207(2), 241-253. DOI: 10.1007/s10958-015-2365-z.
7. Shaimkulov, B. A., & Tuychiev, T. T. (2020). Analyticity of functions and the Carleman formula in matrix domains. *Journal of Physics: Conference Series*, 1441(1), 012151. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012151.

ISSN 3030-3907

8. Zhu, K. (2005). *Analysis on Fock Spaces*. Springer Science & Business Media. DOI: 10.1007/b137351.
9. Upmeier, H. (1996). *Toeplitz Operators and Index Theory in Several Complex Variables*. Springer Basel. DOI: 10.1007/978-3-0348-9184-4.
10. Krantz, S. G. (2001). *Function Theory of Several Complex Variables*. American Mathematical Society. DOI: 10.1090/chel/340.
11. Zhou, X. (1990). On matrix Reinhardt domains. *Mathematische Annalen*, 287(1), 35-46. DOI: 10.1007/BF01446881.
12. Edigarian, A. (2004). A note on the Shilov boundary. *Annals of the Polonici Mathematici*, 84(1), 81-87. DOI: 10.4064/ap84-1-8.

ISSN 3030-3907