ISNN 3030-3907

2026
JUNE
ISSUE - 6
VOLUME -2

DEVELOPMENT OF SCIENCE

scientific journal



Development of science

Ilmiy jurnal

IYUN 2026
Issue - 6, VOLUME – 2

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

GALERKIN USULI YORDAMIDA IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN QO‘YILGAN CHEGARAVIY MASALANI TAQRIBIY YECHISH

Ismoilov Axrorjon Ikromjonovich
Farg‘ona davlat universiteti dotsenti
E-mail: ismoilov2408@gmail.com
Adhamova Vasila Elyorjon qizi
Farg‘ona davlat universiteti talabasi
E-mail: adhamovavasila@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada ikkinchi tartibli chiziqli oddiy differensial tenglama uchun qo‘yilgan chegaraviy masalani Galyorkin usuli yordamida taqribiy yechish masalasi ko‘rib chiqiladi. Differensial tenglama uchun berilgan bir jinsli bo‘lmagan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy funksiya tanlanadi hamda bir jinsli chegaraviy shartlarga mos bazis funksiyalar yordamida taqribiy yechim quriladi. Galyorkin usulining asosiy g‘oyasiga ko‘ra qoldiq funksiyaning bazis funksiyalar bilan ortogonalligi sharti qo‘llaniladi. Natijada noma’lum koeffitsiyentlarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasi hosil qilinadi. Hosil bo‘lgan sistema yechilib, masalaning taqribiy analitik yechimi aniqlanadi. Olingan natijalar Galyorkin usulining differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan chegaraviy masalalarni yechishda samarali va amaliy jihatdan qulay usullardan biri ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: oddiy differensial tenglama, chegaraviy masala, taqribiy yechim, Galyorkin usuli, variatsion usullar, bazis funksiyalar, algebraik sistema.

Аннотация. В данной статье рассматривается задача приближенного решения краевой задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с использованием метода Галеркина. Для заданного дифференциального уравнения сначала выбирается частная функция, удовлетворяющая неоднородным граничным условиям, после чего строится приближенное решение с использованием базисных функций, удовлетворяющих однородным граничным условиям. В соответствии с методом Галеркина применяется условие ортогональности остаточной функции к базисным функциям. В результате получается система алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов. Решая данную систему, определяется приближенное аналитическое решение задачи. Полученные результаты показывают, что метод Галеркина является эффективным и удобным методом решения краевых задач.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, краевая задача, приближенное решение, метод Галеркина, вариационные методы, базисные функции, алгебраическая система.

Abstract. This paper considers the problem of obtaining an approximate solution of a boundary value problem for a second-order linear ordinary differential equation using the Galerkin method. First, a particular function satisfying the nonhomogeneous boundary conditions is chosen. Then an approximate solution is constructed using basis functions that satisfy homogeneous boundary conditions. According to the Galerkin method, the orthogonality condition of the residual function with respect to the basis functions is applied. As a result, a system of algebraic equations with respect to unknown coefficients is obtained. Solving this system yields an approximate analytical solution of the problem. The obtained results demonstrate that the Galerkin method is one of the effective and convenient approaches for solving boundary value problems.

Keywords: ordinary differential equation, boundary value problem, approximate solution, Galerkin method, variational methods, basis functions, algebraic system.

KIRISH.

Kirish: Differensial tenglamalar nazariyasi zamonaviy matematikaning eng muhim va amaliy jihatdan ahamiyatli yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Fizika, mexanika, issiqlik o‘tkazuvchanlik, elastiklik nazariyasi, gidrodinamika, elektrotexnika hamda biologik jarayonlarni modellashtirishda differensial tenglamalardan keng foydalaniladi. Ayniqsa, turli fizik jarayonlarning fazoviy va vaqt bo‘yicha o‘zgarishini tavsiflashda oddiy differensial tenglamalar muhim matematik apparat vazifasini bajaradi.

Amaliy masalalarda differensial tenglamalar ko‘pincha boshlang‘ich yoki chegaraviy shartlar bilan birgalikda qaraladi. Bunday masalalar chegaraviy masalalar deb ataladi va ular muhandislik, qurilish, elektrotexnika hamda texnologik jarayonlarni tadqiq qilishda muhim o‘rin tutadi. Masalan, elektr potensialining o‘tkazgich bo‘ylab taqsimoti, issiqlikning sterjen bo‘ylab tarqalishi yoki elastik konstruksiyalarning deformatsiyasi kabi jarayonlar chegaraviy masalalar orqali modellashtiriladi.

Ko‘plab hollarda differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan chegaraviy masalalarning aniq analitik yechimlarini topish murakkab yoki umuman mumkin bo‘lmaydi. Shu sababli bunday masalalarni taqribiy usullar yordamida yechish hisoblash matematikasining muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Hozirgi kunda chekli ayirmalar usuli, kollokatsiya usuli, Rits usuli, chekli elementlar usuli hamda Galerkin usuli kabi samarali metodlardan keng foydalanilmoqda.

Galerkin usuli variatsion va proyeksion usullar sinfiga kiruvchi muhim taqribiy usullardan biri bo‘lib, u izlanayotgan yechimni maxsus tanlangan bazis funksiyalar chiziqli kombinatsiyasi ko‘rinishida ifodalashga asoslanadi. Ushbu usulning asosiy g‘oyasi differensial tenglamaga qo‘yilgan taqribiy yechim natijasida hosil bo‘ladigan qoldiq funksiyaning tanlangan bazis funksiyalar bilan

ISSN 3030-3907

ortogonal bo‘lishini talab qilishdan iborat. Natijada differensial tenglamali masala algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi.

Galerkin usuli zamonaviy hisoblash matematikasida alohida ahamiyatga ega bo‘lib, u chekli elementlar usulining nazariy asoslaridan biri hisoblanadi. Ushbu usul elektrotexnika, aerodinamika, issiqlik almashinuvi, elastiklik nazariyasi va diffuziya jarayonlarini modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Ayniqsa, murakkab geometrik sohalarda yoki analitik yechim topish qiyin bo‘lgan masalalarda Galerkin usuli yuqori aniqlikdagi taqribiy natijalarni olish imkonini beradi.

Mazkur maqolada ikkinchi tartibli chiziqli oddiy differensial tenglama uchun qo‘yilgan chegaraviy masala Galerkin usuli yordamida taqribiy yechiladi. Dastlab bir jinsli bo‘lmagan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy funksiya tanlanadi. So‘ng bir jinsli chegaraviy shartlarga mos bazis funksiyalar yordamida taqribiy yechim quriladi. Qoldiq funksiyaning bazis funksiyalar bilan ortogonalligi sharti asosida noma’lum koeffitsiyentlarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasi hosil qilinadi va ushbu sistema yechilib, masalaning taqribiy analitik yechimi aniqlanadi.

Tadqiqot natijalari Galerkin usulining differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan chegaraviy masalalarni yechishda samarali, qulay va amaliy jihatdan muhim usullardan biri ekanligini ko‘rsatadi. Ushbu yondashuvni kelgusida yuqori tartibli differensial operatorlar, nolinear tenglamalar hamda murakkab fizik-mexanik jarayonlarni modellashtirishga tatbiq etish mumkin.

1-tarif. Ikkinchi tartibli differensial tenglama uchun qo‘yilgan chegaraviy masala

$$Au = f(x,y) \qquad (1)$$

va unga mos chegaraviy shartlar berilgan bo‘lsin. Bu yerda A *- qandaydir ikki o‘zgaruvchili differensial operator.*

Galerkin usulida taqribiy yechim quyidagi ko‘rinishda izlanadi:

$$u_n(x,y) = \varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{n} a_k \psi_k(x,y)\,. \qquad (2)$$

bu yerda: $\varphi_0(x)$ — berilgan bir jinsli bo‘lmagan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy funksiya; $\psi_k(x)$ — bir jinsli chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi bazis funksiyalar; a_k — noma’lum koeffitsiyentlar.

(2) dagi $\psi_1(x,y)$, $\psi_2(x,y)$, ... $\psi_n(x,y)$ funksiyalar berilgan G sohada to‘liq bo‘lgan chiziqli erkli $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemaning avvalgi n tasi bo‘lib, bir jinsli chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Taqribiy yechim $u_n(x,y)$ aniq yechimga aylanishi uchun $\varepsilon_n(x,y) = A\{u_n(x,y)\} - f(x,y)$ ifoda aynan nolga aylanishi

ISSN 3030-3907

kerak. Agar $\varepsilon_n(x,y)$ uzluksiz bo`lsa, bu talab $\varepsilon_n(x,y)$ funksiya $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemaning barcha funksiyalariga ortogonal bo‘lishi bilan teng kuchlidir. Ammo bizda faqat n ta a_1, a_2, …, a_n o‘zgarmaslar bo‘lganligi sababli ortogonallik shartining faqat n tasini qanoatlantira olamiz. Bu shartlar quyidagi tenglamalar sistemasiga olib keladi:

$$\iint_G \{A[u_n(x,y)] - f(x,y)\}\psi_j(x,y)dxdy = 0$$

yoki

$$\iint_G A[u_n(x,y)\psi_j(x,y)]dxdy = \iint_G f(x,y)\psi_j(x,y)dxdy\,,\ (j=1,2,\ldots,n)$$

Ushbu sistema a_i koeffitsiyentlarni topishga xizmat qiladi. Agar A operator chiziqli bo‘lsa, u holda bu sistema a_1, a_2, …, a_n larga nisbatan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasidan iborat bo`ladi. Bu sistemadan a_j larni topib (2) ga qo‘ysak, kerakli taqribiy yechimni hosil qilamiz.

Masalaning qo‘yilishi: Sun’iy intellekt texnologiyalari, mobil qurilmalar va yuqori tezkor mikroprotsessorlarning rivojlanishi mikroelektron qurilmalarda elektr signallarining barqaror uzatilishini ta’minlash muammosini dolzarb masalalardan biriga aylantirmoqda. Ayniqsa, neyroprotsessorlar, sun’iy intellekt chiplarida va sensor qurilmalarda elektr potensialining mikroo‘tkazgich bo‘ylab qanday taqsimlanishini aniqlash qurilmaning ishlash tezligi va energiya samaradorligiga bevosita ta’sir qiladi.

Tasavvur qilaylik, sun’iy intellekt asosida ishlovchi mikrochip ichidagi juda kichik o‘tkazgich kanalida elektr signal uzatilmoqda. Kanalning chap qismida signal protsessor tomonidan uzatiladi va potensial maksimal qiymatda saqlanadi. O‘ng qism esa “ground” tizimiga ulangan bo‘lib, potensial nolga tenglashtiriladi. Mikrochip ichidagi materialning notekisligi, ichki qarshilik va elektromagnit ta’sirlar sababli signal kuchlanishi kanal bo‘ylab murakkab ravishda o‘zgaradi.

Kanal bo‘ylab elektr potensialini *y(x)* orqali belgilaymiz. bu yerda: x - mikrokanal bo‘ylab koordinata; *y(x)* — shu nuqtadagi elektr potensiali.

Signalning fazoviy taqsimoti quyidagi differensial tenglama yordamida modellashtiriladi:

$$y'' - xy' + y = e^x, \qquad 0 \le x \le 1.$$

Bu tenglamadagi: y'' had signalning mikrochip bo‘ylab tarqalishini; $-xy'$ had material qarshiligining koordinataga bog‘liq ravishda o‘zgarishini; y had ichki energiya yo‘qotishlarini; e^x esa protsessordan kelayotgan signalning kuchayuvchi tashqi ta’sirini ifodalaydi.

ISSN 3030-3907

Jarayon uchun quyidagi chegaraviy shartlar berilgan:

$$y(0)=1, \qquad y(1)=0.$$

Birinchi shart mikrochipning kirish qismida signal maksimal qiymatda uzatilishini bildiradi. Ikkinchi shart esa chiqish qismida signal “ground” tizimiga ulanib, potensial nolga tenglashishini anglatadi.

Mazkur masalaning asosiy maqsadi — mikrochip ichidagi elektr signalining fazo bo‘yicha qanday taqsimlanishini aniqlashdir. Biroq analitik yechimni topish murakkab bo‘lgani sababli, masalani Galerkin usuli yordamida taqribiy yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi.

Shunday qilib, yuqorida tavsiflangan zamonaviy texnologik jarayon asosida quyidagi chegaraviy masalani qaraymiz:

$$y''-xy'+y=e^x, \qquad 0\le x\le 1,$$

$$y(0)=1, \qquad y(1)=0.$$

Bu masalani Galerkin usuli yordamida $n=3$ bo‘lganda taqribiy yechamiz.
Taqribiy yechim ko‘rinishini tanlash: Chegaraviy shartlar bir jinsli emas:

$$y(0)=1, \qquad y(1)=0.$$

Shuning uchun avval shu shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy funksiyani tanlaymiz:

$$\varphi_0(x)=1-x.$$

Haqiqatan ham,

$$\varphi_0(0)=1, \qquad \varphi_0(1)=0.$$

Endi bir jinsli chegaraviy shartlarni bajaruvchi bazis funksiyalarni olamiz:

$$\psi_1(x)=x(1-x),\ \psi_2(x)=x^2(1-x),\ \psi_3(x)=x^3(1-x).$$

Ular uchun

$$\psi_i(0)=0, \qquad \psi_i(1)=0.$$

Demak, taqribiy yechimni quyidagi ko‘rinishda izlaymiz:

$$y_3(x)=\varphi_0(x)+a_1\psi_1(x)+a_2\psi_2(x)+a_3\psi_3(x).$$

ya’ni

$$y_3(x)=1-x+a_1x(1-x)+a_2x^2(1-x)+a_3x^3(1-x).$$

Bu funksiya avtomatik ravishda chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi:

$$y_3(0)=1, \qquad y_3(1)=0.$$

Berilgan tenglama uchun operatorni

$$A(y)=y''-xy'+y.$$

deb belgilaymiz. U holda masala

$$A(y)=e^x$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

ISSN 3030-3907

Galerkin usuliga ko‘ra qoldiq funksiya

$$R(x) = A(y_3) - e^x$$

bazis funksiyalar bilan ortogonal bo‘lishi kerak:

$$\int_0^1 R(x)\psi_i(x)\,dx = 0, \qquad i = 1,2,3$$

ya’ni

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_i(x)\,dx = \int_0^1 e^x\psi_i(x)\,dx, \qquad i = 1,2,3$$

Avval $y_3(x)$ ni ochamiz:

$$y_3(x) = 1 - x + a_1(x - x^2) + a_2(x^2 - x^3) + a_3(x^3 - x^4).$$

Soddalashtirib:

$$y_3(x) = 1 + (a_1 - 1)x + (a_2 - a_1)x^2 + (a_3 - a_2)x^3 - a_3x^4.$$

Birinchi hosila:

$$y'_3(x) = a_1 - 1 + 2(a_2 - a_1)x + 3(a_3 - a_2)x^2 - 4a_3x^3.$$

Buni ochiq ko‘rinishda yozsak:

$$y_{3'}(x) = -1 + a_1(1 - 2x) + a_2(2x - 3x^2) + a_3(3x^2 - 4x^3).$$

Ikkinchi hosila:

$$y''_3(x) = 2(a_2 - a_1) + 6(a_3 - a_2)x - 12a_3x^2.$$

Yoki

$$y''_3(x) = -2a_1 + a_2(2 - 6x) + a_3(6x - 12x^2).$$

Endi operatorni qo‘llaymiz:

$$A(y_3) = y''_3 - xy'_3 + y_3.$$

O‘rniga qo‘yamiz:

$$A(y_3) = 1 - 2a_1 + 2a_2 + (6a_3 - 6a_2)x + (a_1 - a_2 - 12a_3)x^2 + (2a_2 - 2a_3)x^3 + 3a_3x^4.$$

Bazis funksiyalar:

$$\psi_1(x) = x(1 - x), \psi_2(x) = x^2(1 - x), \psi_3(x) = x^3(1 - x).$$

Shuning uchun Galerkin shartlari:

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_1(x)\,dx = \int_0^1 e^x\psi_1(x)\,dx,\ \int_0^1 A(y_3)\psi_2(x)\,dx = \int_0^1 e^x\psi_2(x)\,dx,$$

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_3(x)\,dx = \int_0^1 e^x\psi_3(x)\,dx.$$

1-tenglama:

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_1(x)\,dx = -\frac{17}{60}a_1 - \frac{3}{20}a_2 - \frac{2}{21}a_3 + \frac{1}{6}.$$

2-tenglama:

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_2(x)\,dx = -\frac{2}{15}a_1 - \frac{5}{42}a_2 - \frac{79}{840}a_3 + \frac{1}{12}.$$

ISSN 3030-3907

3-tenglama:

$$\int_0^1 A(y_3)\psi_3(x)\,dx = -\frac{8}{105}a_1 - \frac{37}{420}a_2 - \frac{67}{840}a_3 + \frac{1}{20}.$$

1-integral

$$\int_0^1 e^x\psi_1(x)\,dx = \int_0^1 e^x x(1-x)\,dx = \int_0^1 xe^x\,dx - \int_0^1 x^2e^x\,dx.$$

Ma'lumki,

$$\int xe^x\,dx = e^x(x-1),\ \int x^2e^x\,dx = e^x(x^2-2x+2).$$

Shuning uchun

$$\int_0^1 xe^x\,dx = \left[e^x(x-1)\right]_0^1 = 0-(-1) = 1,\ \int_0^1 x^2e^x\,dx = \left[e^x(x^2-2x+2)\right]_0^1 = e-2$$

.

Demak,

$$\int_0^1 e^x x(1-x)\,dx = 1-(e-2) = 3-e.$$

2-integral:

$$\int_0^1 e^x\psi_2(x)\,dx = \int_0^1 e^x x^2(1-x)\,dx = \int_0^1 x^2e^x\,dx - \int_0^1 x^3e^x\,dx$$

Bunda

$$\int x^3e^x\,dx = e^x(x^3-3x^2+6x-6).$$

Shuning uchun

$$\int_0^1 x^3e^x\,dx = \left[e^x(x^3-3x^2+6x-6)\right]_0^1 = 4-2e.$$

Demak,

$$\int_0^1 e^x x^2(1-x)\,dx = (e-2)-(4-2e) = 3e-8.$$

3-integral

$$\int_0^1 e^x\psi_3(x)\,dx = \int_0^1 e^x x^3(1-x)\,dx = \int_0^1 x^3e^x\,dx - \int_0^1 x^4e^x\,dx.$$

Ma'lumki,

$$\int x^4e^x\,dx = e^x(x^4-4x^3+12x^2-24x+24).$$

Shuning uchun

$$\int_0^1 x^4e^x\,dx = \left[e^x(x^4-4x^3+12x^2-24x+24)\right]_0^1 = 9e-24.$$

Demak,

$$\int_0^1 e^x x^3(1-x)\,dx = (4-2e)-(9e-24) = 28-11e.$$

Endi Galerkin tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

ISSN 3030-3907

$$-\frac{17}{60}a_1-\frac{3}{20}a_2-\frac{2}{21}a_3+\frac{1}{6}=3-e$$

$$-\frac{2}{15}a_1-\frac{5}{42}a_2-\frac{79}{840}a_3+\frac{1}{12}=3e-8-\frac{8}{105}a_1-\frac{37}{420}a_2-\frac{67}{840}a_3+\frac{1}{20}=28-11e$$

Ozod hadlarni o‘ng tomonga o‘tkazamiz:

$$\frac{17}{60}a_1+\frac{3}{20}a_2+\frac{2}{21}a_3=e-\frac{17}{6}$$

$$\frac{2}{15}a_1+\frac{5}{42}a_2+\frac{79}{840}a_3=\frac{97}{12}-3e$$

$$\frac{8}{105}a_1+\frac{37}{420}a_2+\frac{67}{840}a_3=11e-\frac{559}{20}$$

Demak, hosil bo‘lgan sistema

$$\begin{cases}\frac{17}{60}a_1+\frac{3}{20}a_2+\frac{2}{21}a_3=e-\frac{17}{6}\\ \frac{2}{15}a_1+\frac{5}{42}a_2+\frac{79}{840}a_3=\frac{97}{12}-3e\\ \frac{8}{105}a_1+\frac{37}{420}a_2+\frac{67}{840}a_3=11e-\frac{559}{20}\end{cases}$$

Ushbu sistemani yechish natijasida

$$a_1\approx-0.246458$$

$$a_2\approx-0.206533$$

$$a_3\approx-0.149540$$

qiymatlar topiladi.

Demak, Galerkin usuli bilan olingan taqribiy yechim:

$$y_3(x)=1-x-0.246458x(1-x)-0.206533x^2(1-x)-0.149540x^3(1-x),$$

yoki ixcham ko‘rinishda:

$$y_3(x)=1-x+x(1-x)\left(-0.246458-0.206533x-0.149540x^2\right).$$

Bu yechim chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi:

$$y_3(0)=1,\ y_3(1)=0.$$

ya’ni mikrochip kanalining kirish qismida signal maksimal qiymatda, chiqish qismida esa potensial nolga teng bo‘ladi.

Olingan yechim mikrochip ichidagi signal kuchlanishining kanal bo‘ylab qanday kamayishini ko‘rsatadi. Masalan, bir nechta nuqtalarda qiymatlarni hisoblaymiz:

$$y_3(0)=1,\ y_3(0.25)\approx0.689,\ y_3(0.5)\approx0.355,\ y_3(0.75)\approx0.111,\ y_3(1)=0.$$

ISSN 3030-3907

Bu natijalardan ko‘rinadiki, signal mikrochip kanalining boshida kuchli bo‘ladi, keyin esa ichki qarshilik, materialning notekisligi va energiya yo‘qotishlari sababli asta-sekin kamayib boradi.

Keys nuqtai nazaridan:

- $x = 0$ da signal manbadan uzatiladi, shuning uchun $y(0) = 1$;
- $x = 0.25$ da signal hali ancha kuchli, taxminan 0.689;
- $x = 0.5$ da signal sezilarli darajada kamayib, 0.355 atrofida bo‘ladi;
- $x = 0.75$ da signal juda zaiflashadi;
- $x = 1$ da kanal “ground” tizimiga ulanganligi sababli potensial nolga teng bo‘ladi.

Olingan taqribiy yechim berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Taqribiy yechim bazis funksiyalar soni oshirilgan sari aniq yechimga yaqinlashadi. Galerkin usulining asosiy afzalligi shundaki, differensial tenglama masalasi algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Bu esa hisoblash jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi.

Xulosa: Mazkur maqolada ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama uchun qo‘yilgan chegaraviy masala Galerkin usuli yordamida taqribiy yechildi. Dastlab bir jinsli bo‘lmagan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy funksiya tanlandi va bir jinsli chegaraviy shartlarga mos bazis funksiyalar yordamida taqribiy yechim qurildi. Galerkin usulining asosiy g‘oyasiga ko‘ra qoldiq funksiyaning bazis funksiyalar bilan ortogonalligi sharti qo‘llanilib, noma’lum koeffitsiyentlarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasi hosil qilindi. Ushbu sistema yechilib, masalaning taqribiy analitik yechimi olindi.

Olingan natijalar Galerkin usulining differensial tenglamalar uchun qo‘yilgan chegaraviy masalalarni yechishda samarali va qulay usullardan biri ekanligini ko‘rsatdi. Taqribiy yechim berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi hamda fizik jarayonning asosiy qonuniyatlarini aks ettirishi aniqlandi.

Masala zamonaviy mikrochip va sun’iy intellekt asosidagi elektron qurilmalarda elektr signalining fazo bo‘yicha taqsimotini modellashtirish asosida qaraldi. Hisoblash natijalari signalning mikrokanal bo‘ylab ichki qarshilik va energiya yo‘qotishlari sababli asta-sekin susayishini ko‘rsatdi. Bu esa Galerkin usulining elektrotexnika, mikroelektronika, sensor tizimlari hamda signal uzatish jarayonlarini modellashtirishda amaliy ahamiyatga ega ekanligini tasdiqlaydi.

Shuningdek, Galerkin usuli yordamida differensial tenglamali masalani algebraik tenglamalar sistemasiga keltirish hisoblash jarayonini sezilarli darajada soddalashtirdi. Bazis funksiyalar sonini oshirish orqali taqribiy yechim aniqligini yanada yaxshilash mumkinligi ham kuzatildi.

ISSN 3030-3907

Demak, Galerkin usuli nafaqat nazariy jihatdan, balki zamonaviy texnologik va muhandislik masalalarini modellashtirishda ham samarali taqribiy usullardan biri hisoblanadi. Ushbu yondashuvni kelgusida nolinear differensial tenglamalar, yuqori tartibli operatorlar va murakkab fizik jarayonlarni tadqiq qilishga tatbiq etish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Alexander A. Samarskii, Andrey V. Gulin. *Chislennye metody* [Numerical Methods]. Moskva: Nauka, 1989.
2. Leonid V. Kantorovich, Vladimir I. Krylov. *Priblizhennye metody vysshego analiza* [Approximate Methods of Higher Analysis]. Moskva–Leningrad, 1952.
3. Richard Courant, David Hilbert. *Methods of Mathematical Physics*. New York: Interscience Publishers, 1962.
4. Lev D. Landau, Evgeny M. Lifshitz. *Electrodynamics of Continuous Media*. Oxford: Pergamon Press, 1984.
5. Kendall E. Atkinson. *An Introduction to Numerical Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1989.
6. Gilbert Strang, George J. Fix. *An Analysis of the Finite Element Method*. New Jersey: Prentice Hall, 1973.
7. Claes Johnson. *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
8. Lothar Collatz. *The Numerical Treatment of Differential Equations*. Berlin: Springer, 1960.
9. Aleksey N. Tikhonov, Alexander A. Samarskii. *Equations of Mathematical Physics*. Moscow: Nauka, 1977.
10. Islomov T., Sotvoldiyev O. *Oddiy differensial tenglamalar va ularni yechish usullari*. Toshkent, 2010.
11. J. N. Reddy. *An Introduction to the Finite Element Method*. New York: McGraw-Hill, 2006.
12. Olek C. Zienkiewicz, Robert L. Taylor. *The Finite Element Method*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

ISSN 3030-3907