ISNN 3030-3907

2026
JUNE
ISSUE - 6
VOLUME -3

DEVELOPMENT OF SCIENCE

scientific journal



Development of science

Ilmiy jurnal

IYUN 2026
Issue - 6, VOLUME – 3

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

MATHCAD TIZIMIDA ODDIY DIFFERENTSIAL TENGLAMALARNI YECHISH

Xodjiev Safar
Orienlal universineti, professor
E-mail: Safar1951@yandex.ru;
Pirimov Akram
Navoi davlat konchilik va texnologiyalar universiteti, dotsent
E-mail: pirimovakram615@gmail.com;
Ubayev Sherali Xabibullo o‘g‘li
Orienlal universineti “Matematika va axborot texnologiyalari” kafedra magistri.
E-mail: sheraliubayev1999.07@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada oddiy differentsial tenlamalarni MathCAD tizimi o‘rnatilgan maxsus fuksiyalari va dasturlash tili operatorlari yordamida dastur tuzib yechish yo‘llari ko‘rsatilgan. Differentsial tenlamalarni taqribiy yechish Eyler, soddalashtirilgan Eyler va Runge-Kutta ysullari bayon qilinib, ular algoritmlari asosida yechish dasturlari tuzilgan. Yechimlar listigda grafik va jadval ko‘rinishda izohlar bilan chiqarilib ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: MathCAD, oddiy differentsial tenglama, Eyler, Runge-Kutta, dastur, Koshi masalasi, oshkor sxema.

Аннотация. В данной статье показано пути и методы, как решать обыкновенные дифференциальные уравнения с использованием специальных встроенных функций и операторов языка программирования систему MathCAD. Приближенное решение дифференциальных уравнений описывается методами Эйлера, упрощенного метода Эйлера и Рунге-Кутты, а программы для их решения создаются на основе их алгоритмов. Решения представлены в листинге в графической и табличной форме с пояснениями.

Ключевые слова: MathCAD, обыкновенное дифференциальное уравнение, Эйлер, Рунге-Кутта, программа, задача Коши, явная схема.

Abstract. This article demonstrates how to solve ordinary differential equations using special built-in functions and operators of the MathCAD programming language. Approximate solutions to differential equations are described using the Euler, simplified Euler, and Runge-Kutta methods, and programs for solving them are created based on these algorithms. The solutions are presented in the listing in graphical and tabular form with explanations.

Keywords: MathCAD, ordinary differential equation, Euler, Runge-Kutta, program, Cauchy problem, explicit scheme.

KIRISH.

Hozirgi kunda dolzarbligi oshib borayotgan IT ni respublikamizda rivojlantirishini va amalda qo‘llanishi Prezidentimiz tamonidan har tomonlama qo‘llab-quvvatlanib va nazorat qilib kelinmoqda.

Davlatimiz, real iqtisodiyot tarmoqlarida, boshqaruv, biznes, fan va ta’lim sohalarida kompyuter va axborot texnologiyalarini keng joriy etish, aholi turli qatlamlarining zamonaviy kompyuter va axborot xizmatlaridan keng bahramand bo‘lishlari uchun shart-sharoitlar yaratish va maktablar, kasb-hunar kolleglari, akademik litseylar va oliy o‘quv yurtlarining ta’lim jarayoniga zamonaviy kompyuter va axborot texnologiyalarini egallashga hamda ularni faol qo‘llanishga asoslangan ilg‘or ta’lim tizimlarini kiritishga katta e’tibor qaratmoqda.

IT sohasidagi yoshlarning bilimlarini rivojlantirish nafaqat kompyuter texnologiyasi bazasini oshirish bilan, balki nazariy bilimlarini mustahkamlash uchun va o‘z masalalarini zamonaviy tizimlardan samarali foydalanib yechini ta’minlovchi qollanmalar, elekton darsliklar hamda shu sohaga bag‘ishlangan ricolalar bilan ta’minlashni ham talab qiladi.

Ushbu maqola, oz bo‘lsa ham shynday masalalarni yechishga qaratilgan, ya’ni oddiy differentsial tenglamalarni (ODT) MathCAD tizimi yordamida yechishni o‘rgatishga mo‘ljallangan.

Hozirgi kunda fan va texnika ribojlanishi, fizik va matematiklar ixtiyorida samararli usullar va metodlar hamda kuchli hisoblash vositalarini borligi hamda deyarli mukammal matematik tizimlar (MathCAD, MATLAB, Maple, Mathematica) va boshqa maxsus matematik dasturiy ta'minot paketlari kompyuterga asoslangan muhandislik hisob-kitoblari uchun tobora ko‘proq qo‘llanilmoqda. Buning natijasida esa mavjud usullarni yanada mustahkamlash va amaliy masalalarni tizimlar yordamida tez va samarli yechishini qayta ko‘rib chiqish dolzarb masala hisoblanadi.

Qisqa qilib aytganda, MathCAD - bu elementar va oliy matematikaning deyarli barcha sohalaridagi masalalarini va muxandislik hisob ishlarini bajarish uchun dasturiy yechishga mo‘ljallangan noyob sistemadir (tizimdir). Tizimning nomlanishi ikkita so‘zdan tashkil topgan bo‘lib – MATHematika (matematika) va CAD (avtomatik loyihalash sistemasi). MathCAD tizimi imkoniyatlari va ularni o‘zlashtirish hamda amaliy masalalarni yechiga tadbiqi haqidagi ma’lumotlar juda ko‘p adabiyotlarda batafsil bayon qilingan [1÷10].

Shuni eslatib o‘tamizki, MathCAD tizimi asosiy imkoniyatlaridan biri - u o‘zining dasturlash tiliga ham ega. Hozirgi vaqtda MathCAD tizimi bir qator versiyalari mavjud. Masalan, MathCAD 13, MathCAD 15.0, MathCAD 2020 va hokazo va ular imkoniyatlari hamda samaradorligi bilan farq qiladi.

Bizning maqsadimiz, MathCAD tizimi maxsus funksiyalari va differensial tenglamalarni sonli yechish usullaridan foydalanib uning dasturlash tili

ISSN 3030-3907

yordamida dastur tuzib yechish hamda olingan yechimlarni jadbal va grafik usulda tasvirlab tahlil qilish yollarini korsatishdan iborat.

Fizika, mexanika, gidroaerodinamika, teplotexnikai, iqtisodiyot, texnika va boshqa sohalarning turli masalalarini modellashtirib o‘rganishda u differentsial tenglamani yechishga olib keladi.

Noma’lum funksiyalar, ularning turli tartibli hosilalari va erkli o‘zgaruvchi ishtirok etgan tenglamalarga differensial tengamalar deiladi.

Differensial tenglamalar asosan ikki gruhga bo‘linadi. Birinchisi oddiy ikkinchisi xususiy hosilali differensial tenglamalar [1÷10]. Agar tenlamadagi noma’lum funksiya faqat bitta erkli o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lsa, bunday tenglamaga **oddiy differensial tenglama** (ODT) deyiladi.

Differensial tenglamalarni integrallash usuli yordamida yechish amalda uchraydigan tenglamalarning faqat nisbatan kichik qismi uchun mos keladi. Shuning uchun differensial tenglamalarni taqribiy yechish usullari katta ahamiyatga ega, ularni yechimni taqdim etish shakliga qarab ikki guruhga bo‘lish mumkin: 1) differensial tenglamaning analitik ifoda shaklidagi taqribiy yechimini ta'minlaydigan analitik usullar; 2) jadval shaklida taqribiy yechimlarni taqdim etuvchi sonli usullar.

Differensial tenglamalar haqida tushinchalar, ularning tiplari, analitik yechish metodlari [11÷13], sonli yechish metodlari [14÷19] va MathCAD tizimi yordamida yechish [3, 8, 16] va bir qator boshqa adabiyotlarda keltirilgan.

MathCAD tizimi yordamida differensial tenglamalarni yechish uchun kompyutiringizda uning biror versiyasi, masalan MathCAD 15.0 o‘rnatilgan bo‘lishi yoki biror versiyasini o‘rnatishingiz kerak bo‘ladi.

Oddiy differensial tenglamalarni yechishda ko‘p hollarda biror bir boshlang‘ich yoki chegaraviy shartni qanoatlanriradigan yechim izlanadi. Odatda , boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasiga Koshi masalasi deyiladi.

Oddiy differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalalaridan biri, bu Koshi masalasi bo‘lib, uning yechimi mavjudmi? Agar bunday yechim mavjud bo‘lsa, u yagonami? Agar yechim mavjud va yagona bo‘lsa, bu yechimni topish algoritmi qanday bo‘ladi? degan savollarga javob berishdan iborat. Bu savollarga javob beradigan teoremalar mavjudlik va yagonalik teoremalari deb yuritiladi. MathCAD tizimi yordamida differensial tenglamalarni yechishda bu shartlar bajariladi deb yechimni topamiz.

Oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun ixtisoslashtirilgan MathCAD maxsus fuktsiyalaridan foydalanib yoki MathCAD dasturlash tili operatorlari yordamida differensial tenglamalarni sonli yechish metodlari asosida dastur tuzib yechish mumkin. Ikkala holda ham taqribiy usullardan foydalaniladi.

ISSN 3030-3907

Odatda iteratsiya, Koshi, Eyler, soddalashtirilgan Eyler va Runge-Kutta va boshqa taqribiy yechish metodlari qo‘llaniladi. Bularning asosida differensialni chekli airma orqali approksimatsiyalab yechishga asoslangan.

Chekli airima usuli, differensial tenglamalarni sonli yechimini toppish uchun universal usuldir. Ushbu usulda argumentning uzluksiz o‘zgarish sohasi diskret nuqtalar to‘plami bilan yaqinlashtiriladi va chekli airma panjara hosil qiladi. Asl differentsial tenglama airma tenglama bilan almashtiriladi va kerakli funksiya panjara (to‘r) funktsiyasi bilan almashtiriladi. Shunday qilib, differentsial tenglamani yechish chekli airma yordamida panjara tugunlarida funktsiya (yechimni) qiymatlarini hisoblashga keltiriladi [18,19].

Aniq yechimni, chekli airma yaqinlashuv bilan almashtirishning haqiqiyligi, uning yaqinlashishi va barqarorligi yechilayotgan tenglamalarning o‘ziga xos xususiyatlariga va tanlangan sonli yechim usuliga bog‘liq [15÷17].

MathCAD oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun bir qator standart funksiyalarga ega. Bu funksiyalar differensial tenglamalarni biror metod bilan yechish usuli bilan farq qiladi xolos, yani differensial tenglamani yechadigan har bir algoritm uchun MathCAD har xil funksiyalarga ega [11÷15]. Differensial tenglamalarni sonli yechish uchun quyidagilar talab qilinadi:

1. Differensial tenglamani to‘liq ko‘rinishi. 2. Boshlang‘ich shart (shartlar).
3. Yechim topiladigan nuqtalar soni.

Oddiy differentsial tenglamalarni yechish uchun Mathcad raqamli integratsiya uchun **Odesolve** (berilgan blokli tizimlar uchun) yoki Runge-Kutta funktsiyalari (**rkadapt, rkfixed, Rkadapt**) kabi o‘rnatilgan funksiyalardan foydalaniladi. MathCAD shuningdek, boshlang‘ich shartlarni belgilash va yechimlarni chizish imkonini beradi. MathCAD oddiy differetsial tenglamalarni yechish uchun ularni tizim sifatida belgilash va sonli natijalarni olish uchun kuchli algoritmlardan foydalanish orqali yechish imkonini beradi.

Runge-Kutta usuli yordamida oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun MathCAD dasturiga bir qator funksiyalar kiritilgan:

- **rkadapt (y,x_1,x_2,acc,n,F,k,s)** – o‘zgaruvchan qadam, qabul qilinadigan yechim xatosi (taxminan 0,001 tavsiya etiladi) va y vektoridagi boshlang‘ich shartlar bilan Runge-Kutta usuli yordamida hisoblangan oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun x_1 dan x_2 gacha bo‘lgan oraliqda Koshi masalasi yechimining qiymatlari jadvalini o‘z ichiga olgan matritsani qaytaradi (sistemaning o‘ng tomonlari **F** vektorida yozilgan, n - qadamlar soni, k - oraliq yechim nuqtalarining maksimal soni va s - nuqtalar orasidagi minimal qabul qilinadigan oraliq);

ISSN 3030-3907

- **Rkadapt (y,x_1,x_2, n,F**) – o‘ng tomonlari x_1 dan x_2 gacha bo‘lgan oraliqda **F** ramziy vektorida yozilgan y vektoridagi boshlang‘ich shartlarga ega oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun o‘zgaruvchan qadamli Runge-Kutta usuli bilan yechimlar matritsasini qaytaradi; n nuqtalar soni;

- **rkfixed (y,x_1,x_2,n,F)** – o‘ng tomonlari x_1 dan x_2 gacha bo‘lgan oraliqda **F** ramziy vektorida yozilgan y vektoridagi boshlang‘ich shartlarga ega oddiy differensial tenglamalar tizimi uchun belgilangan n qadamlar soni uchun Runge-Kutta usuli bilan yechimlar matritsasini qaytaradi. Bu funksiyalar va ularni parametrlarini o‘zlashtirish uchun quyida keltirilgan misollarga e’tibor qarataylik.

Ushbu $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ ODT $y(x_0)=y_0$ boshlang‘ich shart asosida yechishni ko‘ramiz.

Misol tariqasida, ushby $y' = x^2 + y^2$ tenglamani y(0)=1 shart bilan n=10 nuqtada h=0.1 qadamda yechimini topishni qarab chiqaylik (1-rasm). Dastlab **rkfixed** fuksiyasi yordamida yechimni topish va uni jadval hamda grafik korinishda ifodalashni ko‘rsatamiz. MathCAD tizimi oynasida bu 1-rasmdagi ko‘rinishda bo‘ladi.

Endi ushbu (Koshi masalasi) $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ birinchi tartibli oddiy differensial tenglamaning boshlang‘ich shart bilan $[x_0, x_n]$ kesmadagi yechimini topishda MathCAD tizimi dasturiy tilidan foydalanib dastur tuzib echishni ko‘rsatamiz.

Buning uchun, biror taqribiy yechish metodi asosida uning algoritmi tuziladi. Bu masalaning taqribiy yechimini topishda hisoblashlar $h = (x_n - x_0)/n$ qadamni topish bilan boshlanadi va bunda hisob tugunlari sifatida $[x_0, x_n]$ kesmadagi $x_i = x_0 + i \cdot h$, i=0,1, ..., n nuqtalardan foydalaniladi. Bu yerda n-barcha tugun nuqtalar soni. Maqsad, quyidagi jadvalni tuzish:

x_i	x_0	x_1	…	x_n
y_i	y_0	y_1	…	y_n

ya’ni y(x) funksiyaning taqribiy qiymatlari to‘rning tugun nuqtalarida izlanadi.

ISSN 3030-3907

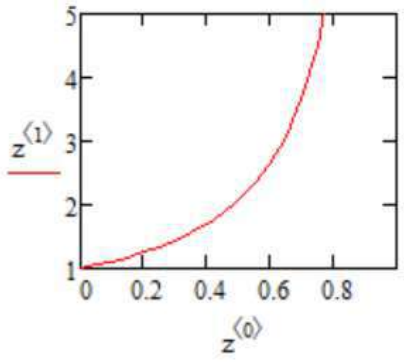
ushby $y' = x^2 + y^2$ tenglamani y(0)=1 shart bilan n=10 nuqtada h=0.1 qad
yechimini topishni ko'raylik

yechim [0,1] kesmada aniqlancin $y_0 := 1$ $D(x,y) := x^2 + (y_0)^2$

z := rkfixed(y,0,1,20,D)

+

yechimni grafik ko'rinishi



yechim

z =

	x	y
0	0	1
1	0.05	1.053
2	0.1	1.111
3	0.15	1.178
4	0.2	1.253
5	0.25	1.339
6	0.3	1.44
7	0.35	1.557
8	0.4	1.696

1-rasm. rkfixed funksiyasi yordamida oddiy differentsial tenglamani yechish.

Eylerning oshkor usuli. Koshi masalasini taqribiy yechishning universial usulini tavsiflaymiz:

$$y'(x) = f(x,y(x)),\ x_0 \le x \le x_0 + L, \qquad (1)$$

$$y(x_0) = \varphi\ . \qquad (2)$$

bu yerda L > 0, L – integrallash kesmasining uzunligi. Bu tenglamaning yechimi deb shunday y(x) funksiya tushuniladiki, u berilgan $[x_0, x_0+L]$ kesmaning har bir nuqtasida hosilaga ega, shu nuqtalarda (1) tenglamani qanoatlantiradi va $x = x_0$ nuqtada qo'shimcha (boshlang'ich) shart (2) ni qanoatlantirsin [18,19].

(1) differensial tenglamada to'rning x_i nuqtasida $y'(x_i)$ hosilani

$$\frac{y(x_i+h)-y(x_i)}{h} = \frac{y(x_{i+1})-y(x_i)}{h} \qquad (3)$$

ayirma bilan almashtirib, to'r bo'yicha xatolikni (3) da nolga teng desak, ushbuga ega bo'lamiz

$$\frac{y(x_{i+1})-y(x_i)}{h} = f(x_i,y(x_i)). \qquad (4)$$

Bu tenglikni izlanayotgan ikkita $y(x_i)$ va $y(x_{i+1})$ miqdorlar qanoatlantiradi va (4) tenglama barcha i = 0, 1, …, n–1 lar uchun o'rindi. Bulardan esa (4) tenglama n ta tenglamalardan iborat sistemasini tashkil qiladi (bu yerda i = n uchun (4) tenglamani yozib bo'lmaydi, chunki bu tugunda x_{i+1} nuqta to'rdan tashqariga chiqib ketadi).

ISSN 3030-3907

Bu (4) tenglamalar sistemasiga ushbu $y_0 = \varphi$ tenglikni ham qo‘shib, noma’lum y_i miqdorlarni topishning skalyar tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Ushbu $y_0, y_1, \ldots, y_n$ ketma-ketlik skalyar tenglamalar sistemasi (4) dan topilgan noma’lum y_i miqdorlarning qiymatlari bo‘lib, ular ***to‘r yechimlar*** deb ataladi, bu ketma - ketlikning umumiy hadi y_i esa to‘r yechimning x_i tugundagi qiymati deyiladi.

To‘r yechimlarni topishning yuqorida keltirilgan ushbu

$$y_0=\varphi,\quad y_{i+1}=y_i+h\cdot f(x_i, y_i),\quad i=0, 1, \cdots, n-1. \qquad (5)$$

algoritmi 1768 yilda shvetsariyalik matematik olim Leonard Eyler (1707- 1783) tomonidan taklif etilgan bo‘lib, bu algoritm uning nomiga Eylerning oshkor usuli deb ataladi. Bu usulning «oshkor» deb atalishiga sabab (5) tenglamaning y_{i+1} ga nisbatan yechilgan holda berilishidadir. Bu bilan (5) oshkor formula oldingi x_i tugundagi y_i to‘r yechimdan foydalanib x_{i+1} tugundagi y_{i+1} to‘r yechimni topish imkoniyatini berishi tushuniladi.

Bu uslub (1) - (2) Koshi masalasini taqribiy yechishning ushbu $y_0=\varphi$, $y_{i+1}=y_i+h\cdot f(x_i, y_i)$, $i=0, 1, \cdots, n$ algoritm shaklida yozilgan Eylerning oshkor usuli deb ataladi.

Ko‘pincha birinchi tartibli oddiy differentsial tengamalarni yechishda bir qadamli usullarning yana boshqa usuli mavjud, bu Eylerning to‘g‘rilangan (modifikatsiyalangan) usulidir. Eylerning to‘g‘rilangan usuli quyidagi munosabatlar bilan beriladi: y_0 – berilgan,

$$y_{i+1}=y_i+h\cdot f\left(x_i+\frac{h}{2}, y_i+\frac{h}{2}\cdot f(x_i, y_i)\right),\quad i=0, 1, \cdots, n-1. \qquad (6)$$

Bu usullarda oldingi qadamda hisoblangan y_i yechimdan foydalanib y_{i+1} tugun yechimni topish ikki bosqichda bajariladi. Eylerning to‘g‘rilangan

usulida avvalo oldingi qadamdagi y_i ning qiymati yuqorida tavsiflangan ushbu

$$\bar{y}_{i+1}=y_i+h\cdot f(x_i, y_i), \qquad (7)$$

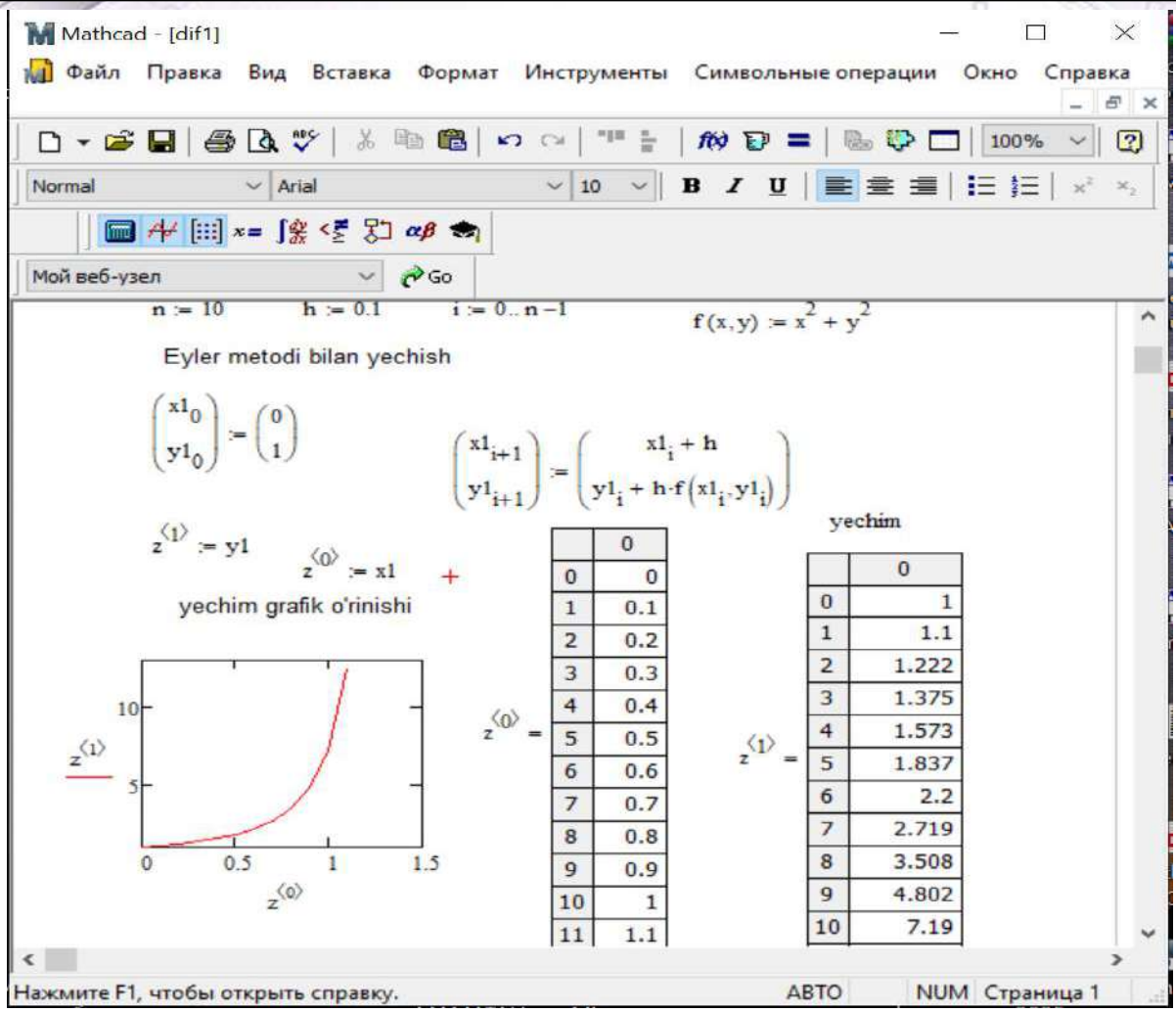
Eylerning oshkor usuli formulasidan topiladi, undan keyin esa uning x_{i+1} tugundagi to‘r yechimi quyidagi formuladan foydalanib topiladi:

$$y_{i+1}=y_i+\frac{h\cdot}{2}\cdot\left(f(x_i, y_i)+f(x_{i+1}, \bar{y}_{i+1})\right) \qquad (8)$$

Eylerning modifikatsiyalangan usuliga ko‘ra dastlab Eylerning oshkor usuli formulasi bo‘yicha quyidagi yordamchi to‘r yechim i+1/2 «yarim butun» nomer bilan $x_{i+\frac{1}{2}}=x_i+h/2$ oraliq tugunda topiladi: $\bar{y}_{i+\frac{1}{2}}=y_i+\frac{h\cdot}{2}\cdot f(x_i, y_i)$, keyin esa, izlanayotgan y_{i+1} to‘r yechim quyidagi formula bo‘yicha hisoblanadi:

$y_{i+1}=y_i+h\cdot f(x_{i+\frac{1}{2}}, \bar{y}_{i+\frac{1}{2}})$.

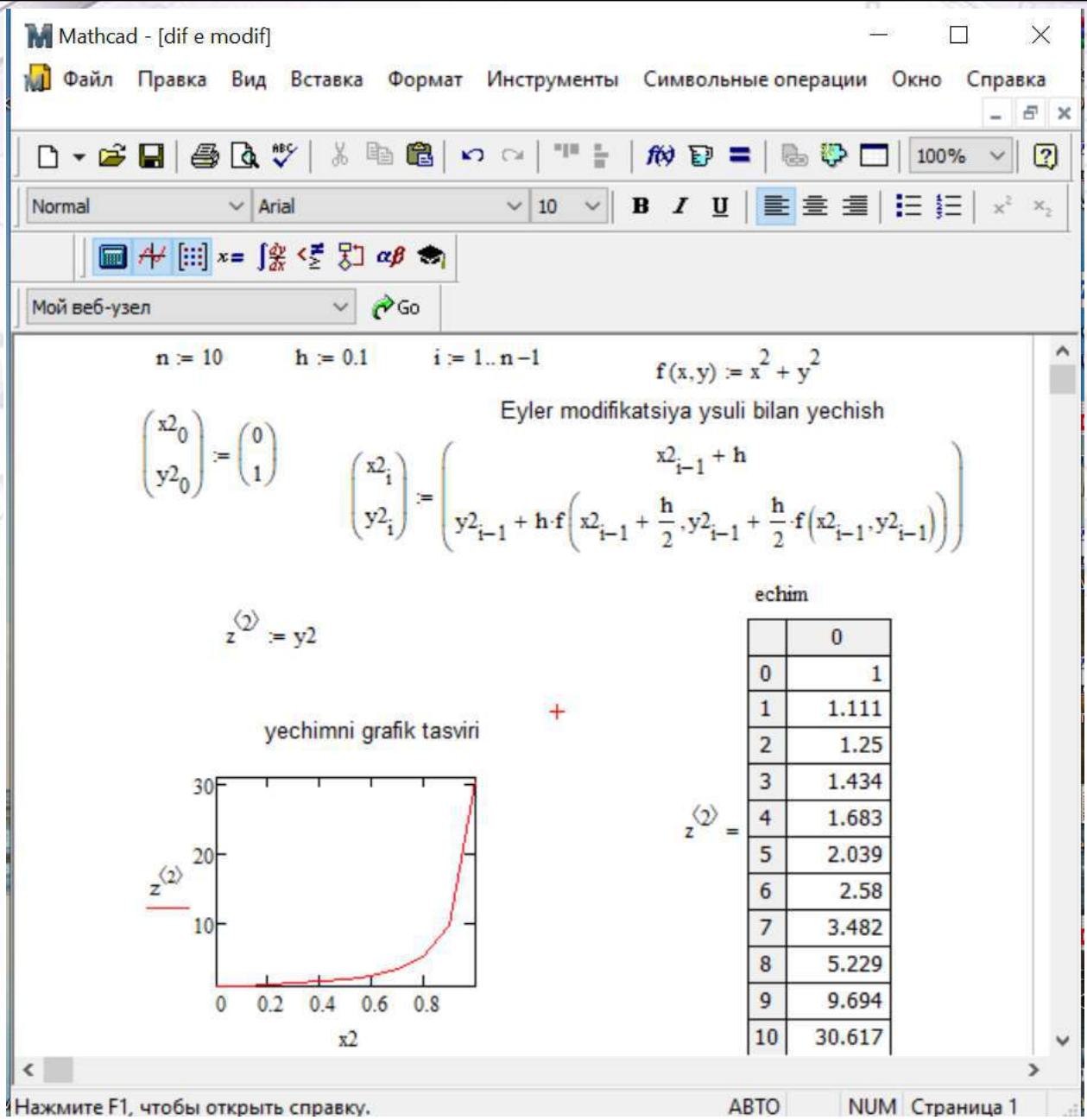
ISSN 3030-3907



2-2-rasm. ODT ni Eyler ysulida yechish dasturi.

Endi yuqoridagi keltirilgan algoritmlar asosida ODTyechamini topish dasturlarini tuzamiz. 2-rasmda ODT ni Eyler ysulida yechish dasturi va 3-rasmda Eyler tuzatilgan ysuli yordamida ODT ni echish dasturlari keltirilgan. Ushbu MathCAD tizimi oynalarida (listingda), $y' = x^2 + y^2$ tenglamani qanday boshlang‘ich shartda, hisoblash nuqtalar sonida, natijani grafik va jadval ko‘rinishda chiqarilishi hamda dastur tushinarli bolishi uchun etarli darada izohlar bilan keltirilgan. Qo‘shimcha izoh berishga hojat yo‘q.

ISSN 3030-3907

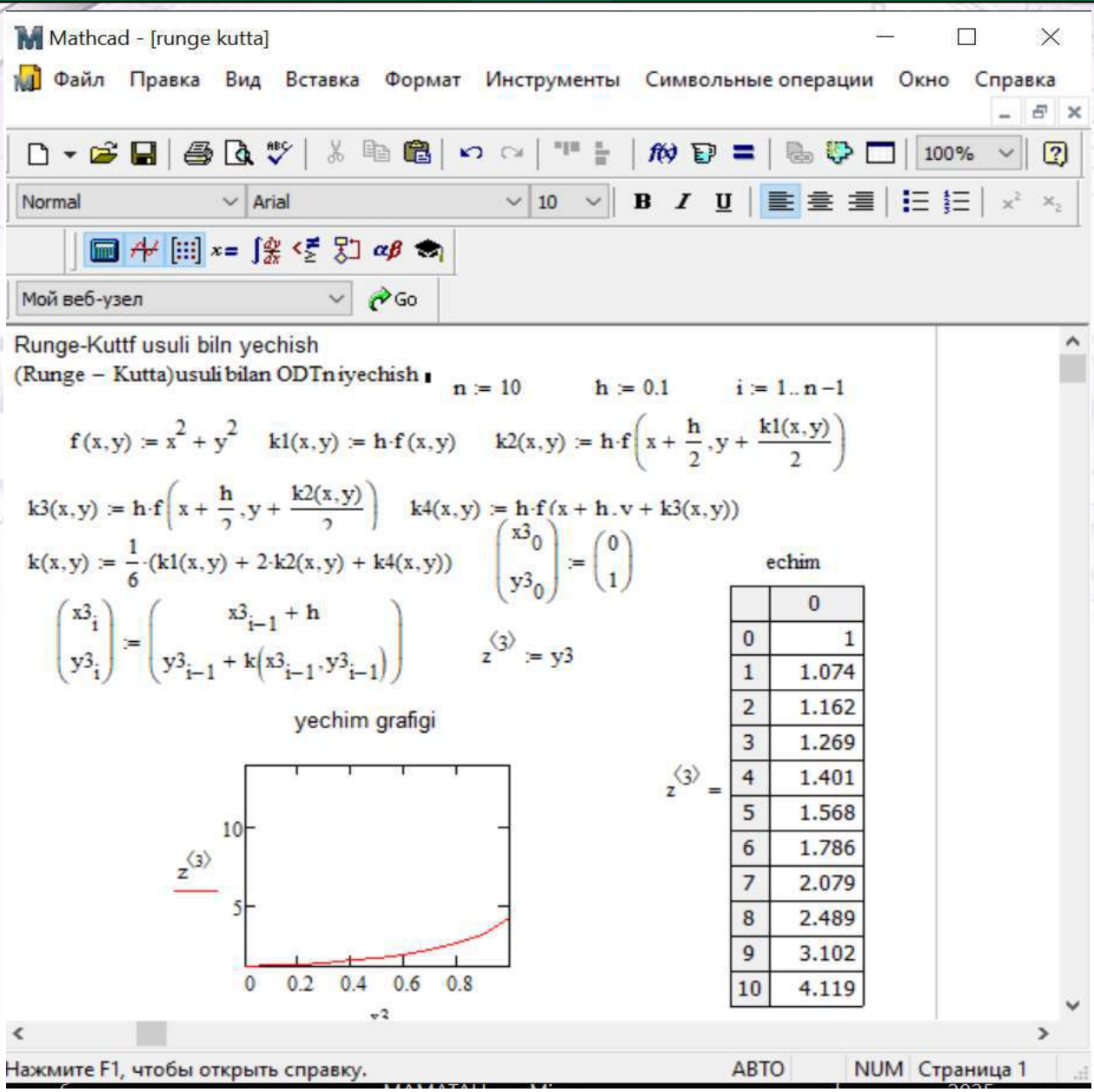


3-pasm. Eyler tuzatilgan ysuli yordamida ODT ni echish dasturi.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tengamalarni yechida yana ko‘p qo‘llanalidan sonli usullardan biri bu- Рунге-Кутта hisoblanadi.

Runge-Kutta usullari - bu Runge va Kutta tomonidan taklif qilingan oddiy differensial tenglamalar (ODT) va ularning sistemalarini yechish uchun sonli usullar sinfidir. Ular Eyler usuliga nisbatan aniqlikni oshirish uchun har bir bosqichda bir nechta hosilaviy baholashlardan foydalaniladi, jumladan, eng katta klassik to‘rtinchi tartibli usul hisoblanadi. Ular yechimni aniqroq taqribiy yechish uchun funksiyaning "oraliq" qiymatlarini va har bir bosqichda hosilalarni hisoblash orqali ishlaydi va samaradorligi tufayli matematik dasturlarda keng qo‘llaniladi.

ISSN 3030-3907



4-rasm. Runge-Kutta usuli bilan ODT ni yechish dasturi.

Koshi masalasini, ya’ni (1) tenglamani (2) shart bilan taqribiy yechimini to‘rtinchi tartibli aniqlikdagi Runge - Kutta metodida quyidagi sxemalardan foydalaniladi

ISSN 3030-3907

$$\begin{cases} K_1 = f(x_k,\ y_k) \\ K_2 = f(x_k + \frac{h}{2},\ y_k + \frac{h}{2}K_1) \\ K_3 = f(x_k + \frac{h}{2},\ y_k + \frac{h}{2}K_2) \\ K_4 = f(x_k + h,\ y_k + hK_3) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}\cdot(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{cases} \qquad \begin{cases} K_1 = f(x_k,\ y_k) \\ K_2 = f(x_k + \frac{h}{4},\ y_k + \frac{h}{4}K_1) \\ K_3 = f(x_k + \frac{h}{2},\ y_k + \frac{h}{2}K_2) \\ K_4 = f(x_k + h,\ y_k + hK_1 - 2hK_2 + 2hK_3) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}\cdot(K_1 + 4K_3 + K_4) \end{cases}$$

ODTni Runge- Kutta usuli algoritmidan foydalanib yechish dasturi ishlashi va natijalar izohlar bilan 4-rasmda (listingda) keltirilgan.

Xulosa qilib aytganda, $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ko‘rinishdagi tenglamalarni taqribiy echimini topish uchun berilgan boshlangich shart, hisoblash nuqtalar soni va yechim topiladigan oraliqni hamda $f(x, y)$ funksiya ko‘rinishini dasturda berish yetarli.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Навиковский Е.А. Учебное пособие “Работа в системе MathCAD”- Барнаул, Типография АлтГТУ, 2013, - 114 с.
2. Кочегурова Е. А. Основы работы и программирования в системе MathCad: учебное пособие / – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2018 – 25 с.
3. Холоднов В. А. , В. П. Дьяконов, В. В. Фонарь, Р. Ю. Кулишенко, И. В. Ананченко. Системный анализ и принятия решений. Технология вычислений в системе компьютерной математики Mathcad: учебное пособие / – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2013. – 154 с.
4. Алексеев Е.Р., Чесноков О.В. Основы работы в математическом пакете MathCAD. Дон НТУ, 2013-187 с.
5. Васильев А.Н. MathCAD 13 на примерах. БХВ-Петербург, 2016-528 с.
6. Гурский, Д.А. Вычисления в Mathcad /-Минск.: Новое знание, 2003.–814 с.
8. Очков В.Ф. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов / – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 356 с.
9. Макаров Е.Г. Инжинерные расчеты в MathCAD.Учебное пособие. «Инфра-Инженеря», 2024, - 408 с.
10. С. В. Киреев, П. А. Вельмисов. Графики в Mathcad : учебно-методическое пособие / Ульяновск : УлГТУ, 2018. – 84 с.
11. Кирянов Д.В. Самоучитель Mathcad 13.-СПВ-Петербург, 2006, -528 с.

ISSN 3030-3907

12. Салохиддинов М.С. Математик физик тенгламалар. Т.:” Узбекистон”, 2002, 448 б.
13. Салохиддинов М.С., Насриддинов Г. Оддий дифференсиал тенгламалар.Тошкент, Ўқитувчи, 1994.
14. Xasanov A.B. Oddiy differensial tenglamalar nazariyasiga kirish. Turon-Matbaa, 2019, 445 b.
15. А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Учебное пособие,- – Томск: STT, 2016. – 44 с.
16. Пименов В. Г., Ложников А. Б. Численные методы : в 2 ч. Ч. 2 : [учеб. пособие] / [науч. ред. Ю. А. Меленцова] ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал, федер. ун-т. - Екатеринбург : Изд-во Урал, ун-та, 2014. — 106 с.
17. Вельмисов П. А., Киреев С. В. Дифференциальные уравнения в Mathcad : учебное пособие / – Ульяновск : УлГТУ, 2016. – 109 с.
18. Вельмисов П. А., Киреев С. В. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений: учебное пособие / – Ульяновск : УлГТУ, 2014. – 79 с.
19. Слабнов, В. Д. Численные методы : учебник / В. Д. Слабнов. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 392 с.
20. Самарский А.А. Теория разностных схем. Учебное пособие//М.: Наука, 1977. 655 с.

ISSN 3030-3907