ISNN 3030-3907

2026
MAY
ISSUE - 5
VOLUME -12

DEVELOPMENT OF SCIENCE

scientific journal



Development of science

Ilmiy jurnal

MAY 2026
Issue - 5, VOLUME – 12

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЁМНЫХ ТЕЛ В ЗАДАЧАХ ТРЁХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОДОНОСНЫХ ГОРИЗОНТОВ

Турмуханов Нуркен Кажымуханович
Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий
E-mail: bobu7707@gmail.com
Нуратдинова Кумар Нуразизовна
Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий
E-mail: nuratdinovakumar28@gmail.com

Аннотация. В статье рассмотрены основные геометрические модели объёмных тел, применяемые для трёхмерного представления подземных водоносных горизонтов. Проведён сравнительный анализ четырёх классов моделей: граничного представления (B-rep), конструктивной твёрдотельной геометрии (CSG), воксельных моделей и неявных тел. Для каждого класса изложены математические основы, топологические свойства, алгоритмы построения и критерии корректности. Особое внимание уделено специфике гидрогеологических объектов: нарушениям топологической корректности при отрицательной мощности горизонта, обеспечению замкнутости оболочки, алгоритмам обнаружения и исправления дефектов геометрии. Описана схема построения объёмной геометрической модели водоносного горизонта от скважинных данных до экспорта в гидродинамический симулятор. Обоснован выбор гибридного подхода, сочетающего граничное представление для описания геометрии тела и воксельную параметризацию для задания фильтрационных свойств.

Ключевые слова: геометрические модели тел, B-rep, CSG, воксельная модель, неявные тела, топологическая корректность, водоносные горизонты, трёхмерное геологическое моделирование, изоповерхность.

Annotatsiya. Maqolada yer osti suvli gorizontlarini uch o‘lchamli tasvirlash uchun qo‘llaniladigan hajmiy jismlarning asosiy geometrik modellari ko‘rib chiqilgan. Modellarning to‘rtta sinfi: chegaraviy taqdimot (B-rep), konstruktiv qattiq jismlar geometriyasi (CSG), voksel modellari va oshkormas jismlar qiyosiy tahlil qilingan. Har bir sinf uchun matematik asoslar, topologik xususiyatlar, qurish algoritmlari va to‘g‘rilik mezonlari bayon etilgan. Gidrogeologik obyektlarning o‘ziga xos xususiyatlariga: gorizontning manfiy qalinligida topologik to‘g‘rilikning buzilishiga, qobiqning yopiqligini ta’minlashga, geometriya nuqsonlarini aniqlash va tuzatish algoritmlariga alohida e’tibor qaratilgan. Quduq ma’lumotlaridan gidrodinamik simulyatorga eksport

ISSN 3030-3907

qilishgacha bo‘lgan suvli gorizontning hajmiy geometrik modelini qurish sxemasi tasvirlangan. Jism geometriyasini tavsiflash uchun chegaraviy tasavvurni va filtratsiya xususiyatlarini belgilash uchun voksel parametrlashtirishni birlashtirgan gibrid yondashuvni tanlash asoslangan.

Kalit so‘zlar: jismlarning geometrik modellari, B-rep, CSG, voksel modeli, noaniq jismlar, topologik to‘g‘rilik, suvli gorizontlar, uch o‘lchamli geologik modellashtirish, izosirt.

Abstract. The article examines the primary geometric models of volumetric bodies used for the three-dimensional representation of underground water-bearing horizons. A comparative analysis of four classes of models was conducted: boundary representation (B-rep), structural solid geometry (CSG), voxel models, and implicit bodies. For each class, the mathematical foundations, topological properties, construction algorithms, and correctness criteria are presented. Particular attention is paid to the specifics of hydrogeological objects: violations of topological correctness during negative horizon thickness, ensuring shell closure, and algorithms for detecting and correcting geometric defects. The scheme for constructing a volumetric geometric model of the water-bearing horizon from well data to export to a hydrodynamic simulator is described. The choice of a hybrid approach is justified, combining boundary representation for describing body geometry and voxel parametrization for assigning filtration properties.

Keywords: geometric models of bodies, B-rep, CSG, voxel model, implicit bodies, topological correctness, water-bearing horizons, three-dimensional geological modeling, isosurface.

ВВЕДЕНИЕ.

Трёхмерная геометрическая модель водоносного горизонта представляет собой замкнутое объёмное тело в пространстве $\mathbb{R}^3$, ограниченное поверхностями кровли и подошвы, боковыми гранями выклинивания и, при необходимости, плоскостями тектонических нарушений. Способ компьютерного представления такого тела — геометрическая модель — определяет возможности последующего анализа: вычисление объёма и ресурсов подземных вод, разбиение на конечно-разностную сетку, визуализацию произвольных геологических разрезов [1, 2].

В отличие от машиностроительных приложений, где геометрия тела полностью задана проектной документацией, гидрогеологические объёмные тела обладают рядом принципиальных особенностей. Во-первых, их геометрия восстанавливается по неполным данным с существенной неопределённостью. Во-вторых, форма тела может быть весьма сложной:

ISSN 3030-3907

выклинивания, «окна» в водоупорах, разделение единого горизонта на изолированные линзы. В-третьих, параметры тела (пористость, проницаемость) пространственно неоднородны, что требует совместного представления геометрии и атрибутов в единой структуре данных [3, 4].

В теории геометрического моделирования твёрдых тел (Solid Modeling) выделяют несколько принципиально различных подходов к представлению объёмов. Настоящая статья посвящена их систематическому анализу применительно к задачам трёхмерного моделирования водоносных горизонтов.

Классификация геометрических моделей объёмных тел

В современной теории геометрического моделирования твёрдые тела представляются четырьмя принципиально различными способами, каждый из которых имеет свои математические основания, алгоритмические свойства и области применения [5, 6]. Ниже приведена классификационная схема, адаптированная к задачам гидрогеологического моделирования.

Рисунок 1 — Классификация геометрических моделей объёмных тел

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЁМНЫХ ТЕЛ			
Граничное представление (B-rep)	**Конструктивная твёрдотельная геометрия (CSG)**	**Воксельные модели**	**Неявные тела (Implicit Bodies)**
Вершины, рёбра, грани (V, E, F)	Примитивы: кубоид, сфера, цилиндр	Регулярная сетка (FDGM)	$F(x,y,z) \leq 0$ (потенциал RBF)
Топологич. связи (half-edge)	Булевы операции: ∪, ∩, \	Октарное дерево	Изоповерхность $F = 0$
NURBS / B-сплайн грани	Дерево CSG (бинарное)	Адаптивные ВРГ	Кригинг / RBF в 3D
Точная геометрия, топол. корректна	Параметрич. построение	Совместим с MODFLOW	Leapfrog Geo, GemPy

Граничное представление (Boundary Representation, B-rep)

Математические основы

Граничное представление (B-rep) является наиболее распространённым подходом в системах автоматизированного проектирования и геологического моделирования. Идея метода состоит в том, что объёмное тело V полностью описывается своей границей —

ISSN 3030-3907

замкнутой поверхностью ∂V, разделяющей внутреннее пространство тела от внешнего. Граница представляется в виде полиэдральной оболочки:

$$\partial V = F_1 \cup F_2 \cup \ldots \cup F_n, \quad \partial V \text{ — замкнутое ориентированное 2 — многообразие}$$

где F_i — грани (фасеты), образующие покрытие граничной поверхности. Каждая грань ограничена рёбрами, рёбра — вершинами, что образует иерархическую топологическую структуру «тело → грани → рёбра → вершины». Для корректного B-rep-представления граничная поверхность должна быть замкнутым ориентированным 2-многообразием: нормали всех граней направлены наружу тела [7].

Топологическая корректность B-rep-оболочки проверяется с помощью формулы Эйлера. Для замкнутой ориентируемой поверхности рода g выполняется:

$$\chi = V - E + F = 2(1 - g)$$

где V — число вершин, E — рёбер, F — граней, g — род поверхности (число «ручек»: g = 0 для топологической сферы, g = 1 для тора). Водоносный горизонт без сквозных полостей топологически эквивалентен сфере (g = 0), поэтому для корректной модели должно выполняться V − E + F = 2. Нарушение этого условия свидетельствует о дефекте топологии [8].

Структуры данных для B-rep

Для эффективного хранения и обработки B-rep-моделей разработан ряд специализированных структур данных. Наиболее распространена структура half-edge (полурёбер): каждое ребро представляется двумя ориентированными полурёбрами, каждое из которых хранит ссылки на начальную вершину, следующее и предыдущее полуребро в грани, а также парное полуребро смежной грани. Это обеспечивает эффективный обход топологических связей (смежные грани, рёбра вершины, граничный контур грани) за O(1) [9].

Для геологических объектов, геометрия которых описывается NURBS- или B-сплайновыми поверхностями, B-rep расширяется до так называемого точного граничного представления (exact B-rep), в котором геометрия граней задаётся аналитически, а не дискретным набором треугольников. Это позволяет представлять плавные геологические поверхности без разбиения на большое число полигональных фасетов [10].

Применение B-rep в гидрогеологическом моделировании

B-rep является основным форматом представления объёмных тел в геологических программных комплексах Leapfrog Geo, SKUA-GOCAD, Petrel. Кровля и подошва водоносного горизонта задаются как отдельные поверхностные объекты, которые затем «сшиваются» в замкнутую

ISSN 3030-3907

оболочку с добавлением боковых граней по линии выклинивания. Мощность горизонта в точке (x, y) вычисляется как:

$$h(x,y) = z_{\text{кров}}(x,y) - z_{\text{под}}(x,y) \geq 0$$

Условие $h(x, y) \geq 0$ является критерием топологической корректности: его нарушение означает, что поверхность подошвы «выходит» выше кровли, что физически невозможно. Автоматическое обнаружение и исправление таких нарушений является важным этапом контроля качества B-rep-модели [11].

Объём водоносного горизонта, необходимый для оценки потенциальных ресурсов подземных вод, вычисляется как:

$$V = \iint_{\Omega} h(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

где Ω — проекция горизонта на горизонтальную плоскость. Численно интеграл вычисляется путём суммирования по ячейкам разбиения области Ω. Для неравномерно мощных горизонтов точность вычисления объёма существенно зависит от детальности представления поверхностей кровли и подошвы [4, 12].

Таблица 1

Сравнение геометрических моделей объёмных тел

Характеристика	B-rep	CSG	Воксели	Неявные тела
Представление границы	Явные полигоны/NURBS	Через примитивы и операции	Дискретные ячейки	Изоповерхность F=0
Топологическая корректность	Требует контроля	Гарантирована	Аппроксимационная	Гарантирована
Вычисление объёма	Формула Гаусса–Остроградского	Точное (аналитика)	Подсчёт ячеек	Численное интегрирование
Поддержка разломов	Явные breaklines	Вычитание примитивов	Маркировка ячеек	Изменение знака F

ISSN 3030-3907

Совместимость с MODFLOW	Через конвертацию	Через конвертацию	Прямая	Через конвертацию
Использование в геол. ПО	Leapfrog, GOCAD, Petrel	Редко (вспом.)	MODFLOW, RockWare	Leapfrog, GemPy

Конструктивная твёрдотельная геометрия (Constructive Solid Geometry, CSG)

Принцип и математические основы

Конструктивная твёрдотельная геометрия (CSG) представляет сложное тело как бинарное дерево булевых операций над набором примитивных тел. Листьями дерева являются геометрические примитивы — параллелепипеды, сферы, цилиндры, конусы, — а внутренними узлами — булевы операции: объединение, пересечение и вычитание:

$$V = A \cup B; \quad V = A \cap B; \quad V = A \setminus B$$

Принципиальное достоинство CSG состоит в том, что любое тело, построенное из замкнутых правильных примитивов посредством булевых операций, автоматически является правильным замкнутым телом (regularized set). Это устраняет проблему нарушений топологической корректности, характерную для B-rep [5, 13].

CSG-дерево обеспечивает компактное параметрическое описание тела: изменение размеров примитива немедленно перестраивает всю геометрию. Вместе с тем прямое представление произвольных природных поверхностей (кровля горизонта с плавной кривизной) в виде CSG-дерева из стандартных примитивов крайне затруднено. По этой причине CSG в чистом виде редко применяется для моделирования водоносных горизонтов, однако широко используется в гибридных схемах — например, для описания скважин, водозаборных устройств и инженерных конструкций внутри геологической модели [6].

Булевы операции и их реализация

Реализация булевых операций над B-rep-телами — технически сложная задача вычислительной геометрии. Алгоритм пересечения двух B-rep-тел включает следующие основные шаги: (1) обнаружение всех пар граней, пересекающихся по линии; (2) построение кривых пересечения; (3) разбиение граней по кривым пересечения; (4) классификация фрагментов граней относительно каждого из тел (внутри / снаружи); (5) отбор нужных фрагментов и сшивание результирующей оболочки [14].

ISSN 3030-3907

Численная робастность булевых операций над полиэдральными моделями является серьёзной вычислительной проблемой: погрешности вычисления точек пересечения могут приводить к нарушениям топологии результата. Методы арифметики с контролируемой точностью (exact arithmetic, например, с использованием библиотеки CGAL) позволяют решить эту проблему, однако существенно увеличивают вычислительные затраты [15].

Воксельные (объёмно-пиксельные) модели

Структура и математические свойства

Воксельная модель представляет трёхмерный объём путём разбиения на прямоугольный массив ячеек (вокселей) размером Δx × Δy × Δz. Каждому вокселю присваивается один или несколько атрибутов (принадлежность к горизонту, литологический тип, значения фильтрационных параметров). Принадлежность воксела к объёму водоносного горизонта проверяется условием:

$$\rho = \frac{N_{\text{вн}}}{N_{\text{общ}}}$$

где N_вн — число вокселей, центры которых лежат внутри тела, N_общ — общее число вокселей в расчётной области. Значение $\rho \in [0, 1]$ представляет долю объёма, занятого горизонтом. Вычисление принадлежности воксела к телу осуществляется тестом «точка внутри тела» (point-in-solid test), который для B-rep выполняется методом подсчёта пересечений луча с гранями оболочки [16].

Пространственное разрешение воксельной модели определяется размером ячейки. Для гидрогеологических моделей типичные размеры ячейки составляют от первых метров (детальные локальные модели) до первых сотен метров (региональные модели). Уменьшение вдвое линейного размера ячейки увеличивает число вокселей в восемь раз, что ограничивает детальность моделей вычислительными ресурсами [17].

Октарные деревья и адаптивные воксельные сетки

Для эффективного хранения разреженных воксельных моделей (в которых значительная часть пространства занята воздухом или не представляет интереса) применяются иерархические структуры данных — октарные деревья (octree). В октарном дереве расчётный объём рекурсивно делится на восемь октантов до тех пор, пока содержимое октанта не становится однородным или не достигается минимальный размер ячейки. Это позволяет хранить детальную геометрию лишь вблизи границ тела, экономя память в однородных зонах [18].

ISSN 3030-3907

Адаптивные воксельные сетки с переменным разрешением (Variable Resolution Grids, VRG) применяются в гидрогеологическом моделировании для локального уплотнения расчётной сетки вблизи скважин и зон активного водоотбора. Программный комплекс MODFLOW 6 поддерживает неструктурированные сетки (DISV-пакет), которые обеспечивают адаптивное разрешение при сохранении конечно-разностной формулировки уравнения фильтрации [19].

Прямая связь с гидродинамическим симулятором

Принципиальное достоинство воксельной модели для гидрогеологии состоит в прямой совместимости с конечно-разностными гидродинамическими симуляторами. MODFLOW использует трёхмерную структурированную сетку, в которой каждой ячейке присвоены гидрогеологические параметры. Геологическая воксельная модель отображается на расчётную сетку MODFLOW посредством операции параметризации: каждой ячейке сетки присваивается литологический тип на основании доминирующего воксела, а затем соответствующие фильтрационные параметры — из петрофизической таблицы [20].

Неявные тела (Implicit Bodies)

Математические основы

Неявная геометрическая модель задаёт объёмное тело через скалярное поле — потенциальную функцию F : $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, определённую во всём трёхмерном пространстве. Тело представляется как подуровневое множество:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid F(x, y, z) \leq 0\}$$

а его граница — как изоповерхность нулевого уровня F(x, y, z) = 0. Знак функции F несёт геологический смысл: F < 0 соответствует «внутреннему» геологическому телу (например, песчаному горизонту), F > 0 — вмещающим отложениям (глинистый водоупор) [21].

Функция F строится путём интерполяции данных о принадлежности точек пространства к той или иной стороне геологической границы. В качестве метода интерполяции используются радиальные базисные функции в трёхмерном пространстве:

$$F(x) = \sum_i \lambda_i \, \varphi(\|x - x_i\|) + \mathrm{P}(x)$$

где x ∈ $\mathbb{R}^3$ — точка оценки, x_i — точки данных о принадлежности (контакты пород в скважинах, точки на поверхности горизонта), ‖·‖ — евклидова норма, φ(r) — радиальная базисная функция, P(x) —

ISSN 3030-3907

полиномиальный член. Выбор $\varphi(r) = r^3$ (кубическая RBF) обеспечивает гладкость изоповерхности класса C^2 [21, 22].

Альтернативой RBF является кригинг в трёхмерном пространстве: функция F интерполируется как случайное поле методом обычного кригинга по данным о знаке принадлежности в точках скважин. Этот подход реализован в программном комплексе Leapfrog Geo под названием FastRBF и обеспечивает вероятностную интерпретацию значения F(x, y, z) как апостериорной вероятности принадлежности точки к данному геологическому телу [23].

Извлечение изоповерхности: алгоритм Marching Cubes

Для визуализации и последующей обработки неявной модели необходимо извлечь явную полигональную аппроксимацию изоповерхности $F = 0$. Стандартным алгоритмом для этой задачи является Marching Cubes (Лоренсен и Клайн, 1987). Алгоритм обрабатывает воксельную сетку, на каждом шаге рассматривая куб из восьми соседних узлов. Вершины куба классифицируются как «внутренние» ($F < 0$) и «внешние» ($F > 0$). По одной из 256 конфигурационных таблиц в куб вставляется треугольный фасет, аппроксимирующий изоповерхность внутри куба [24].

Алгоритм Marching Cubes производит поверхность, являющуюся топологически корректным B-rep (замкнутое ориентированное 2-многообразие) при условии отсутствия неоднозначностей на гранях куба. Неоднозначности устраняются в улучшенных вариантах алгоритма — Marching Tetrahedra, Dual Contouring — которые обеспечивают топологическую корректность для всех конфигураций и лучшее воспроизведение острых геологических контактов [25].

Преимущества неявных тел для гидрогеологии

Неявное представление обладает рядом принципиальных преимуществ перед явным B-rep применительно к задачам гидрогеологического моделирования. Во-первых, топологически сложные тела — горизонты с выклиниваниями, линзами, внутренними полостями — описываются единой скалярной функцией F без явного управления топологией оболочки. Во-вторых, добавление новой скважины требует лишь локального пересчёта функции F в окрестности новой точки, а не полного перестроения поверхности. В-третьих, несколько литологических тел могут быть описаны несколькими функциями F_1, F_2, …, F_k с автоматическим обеспечением их взаимной согласованности через иерархические ограничения [23, 26].

Гибридные подходы и контроль топологической корректности

ISSN 3030-3907

Гибридные модели B-rep + вокселей

На практике наиболее эффективным является гибридный подход, в котором геометрия границ тела описывается B-rep (или неявными поверхностями), а атрибутивные данные — литология, пористость, проницаемость — хранятся в воксельной сетке. Такая архитектура позволяет сочетать преимущества обоих представлений: точность и гладкость граничной геометрии — от B-rep, и прямую совместимость с гидродинамическим симулятором — от вокселей [2, 20].

Схема построения объёмной геометрической модели водоносного горизонта, реализующая гибридный подход, включает шесть основных этапов, показанных на рисунке 2.

Рисунок 2 — Схема построения объёмной геометрической модели водоносного горизонта

№	Этап	Содержание
1	**Исходные данные**	Скважинные разрезы, отметки кровли/подошвы, литология
2	**Построение поверхностей**	Кригинг / TPS / неявные методы → кровля и подошва
3	**Формирование тела**	B-rep оболочка: кровля + подошва + боковые грани выклинивания
4	**Топологический контроль**	Проверка: мощность ≥ 0, замкнутость, ориентация нормалей
5	**Параметризация**	Заполнение воксельной сетки литологическими атрибутами (IK / SIS)
6	**Передача в симулятор**	Экспорт в MODFLOW / FEFLOW: сетка + параметры

Алгоритмы контроля топологической корректности

Контроль топологической корректности B-rep-модели водоносного горизонта включает несколько уровней проверок. На уровне геометрии проверяется отсутствие самопересечений поверхности, наличие вырожденных граней (с нулевой площадью) и вырожденных рёбер (с нулевой длиной). На уровне топологии проверяется выполнение формулы Эйлера, замкнутость оболочки (каждое ребро принадлежит ровно двум граням), ориентируемость (нормали соседних граней согласованы). На уровне физики проверяется условие $h(x, y) \geq 0$ во всех узлах расчётной сетки [11, 27].

ISSN 3030-3907

Алгоритм исправления нарушений топологической корректности включает: (1) обнаружение «перевёрнутых» граней с неверной ориентацией нормали и их переориентацию; (2) заполнение «дыр» в оболочке — незамкнутых граничных контуров — путём триангуляции минимального заполнения; (3) разрешение самопересечений методом локального перетриангулирования; (4) исправление нарушений условия $h \geq 0$ путём локального смещения поверхности подошвы вниз в соответствующих узлах [28].

Таблица 2

Типичные дефекты B-rep-моделей и методы их исправления

Тип дефекта	Диагностика	Метод исправления
Отрицательная мощность ($h < 0$)	$h = z_кров - z_под < 0$ в узлах сетки	Смещение поверхности подошвы ниже кровли
Незамкнутость оболочки	Ребро принадлежит < 2 граням	Заполнение дыр (hole filling)
Самопересечение граней	Тест пересечения всех пар граней	Локальное перетриангулирование
Вырожденные грани	Площадь грани ≈ 0	Слияние близких вершин (merging)
Неверная ориентация нормалей	Несогласованные нормали смежных граней	Переориентация (re-orientation)
Нарушение формулы Эйлера	$V - E + F \neq 2$	Топологический ремеш

Критерии выбора геометрической модели для водоносного горизонта

Выбор типа геометрической модели определяется совокупностью требований конкретной задачи. Ниже систематизированы критерии выбора.

Сложность геометрии. Для водоносных горизонтов с простой планарной геометрией без нарушений любой из рассмотренных методов обеспечивает удовлетворительный результат. При сложной геометрии — выклинивания, линзы, нарушения — предпочтительны неявные тела, автоматически обеспечивающие топологическую корректность [23].

Необходимость гидродинамического расчёта. Если модель предназначена для передачи в конечно-разностный симулятор, воксельная параметризация является обязательным элементом гибридной схемы. B-rep-геометрия используется как промежуточное представление для построения воксельной сетки [20].

ISSN 3030-3907

Вычисление объёмов и ресурсов. Для точного вычисления объёма тела и запасов подземных вод B-rep обеспечивает применение формулы Гаусса–Остроградского с точностью, ограниченной лишь дискретизацией граничных поверхностей. CSG даёт аналитически точный результат для тел из примитивов [12].

Оперативность обновления при поступлении новых данных. Неявные тела (Leapfrog-подход) и геостатистические модели обеспечивают наибыстрейшее обновление: добавление новой скважины требует лишь локального пересчёта функции F или перекригинга в области влияния новой точки [26].

Интеграция с неопределённостью. Неявные тела допускают вероятностную интерпретацию значения F(x), что позволяет строить ансамбль геологически реалистичных реализаций для оценки структурной неопределённости модели горизонта [21, 23].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Проведённый анализ геометрических моделей объёмных тел применительно к задачам трёхмерного моделирования подземных водоносных горизонтов позволяет сформулировать следующие основные выводы.

Во-первых, ни один из рассмотренных подходов — B-rep, CSG, воксельные модели, неявные тела — не является универсально оптимальным для всех задач гидрогеологического моделирования. Каждый обладает специфическими математическими свойствами и областью применения.

Во-вторых, граничное представление (B-rep) является наиболее общим инструментом описания геометрии объёмных тел. Его корректность обеспечивается выполнением формулы Эйлера ($\chi = V - E + F = 2$), замкнутостью оболочки и условием неотрицательности мощности горизонта. Нарушения этих условий требуют автоматического обнаружения и исправления.

В-третьих, неявные тела (implicit bodies) на основе RBF или кригинга в $\mathbb{R}^3$ обеспечивают топологически корректное представление геологически сложных объектов без явного управления топологией оболочки. Этот подход наиболее перспективен для автоматизированного моделирования водоносных горизонтов со сложной геометрией.

В-четвёртых, гибридный подход — B-rep (или неявная модель) для описания геометрии границ и воксельная сетка для атрибутивных данных — является наиболее полным решением для задач, требующих как

ISSN 3030-3907

геологически реалистичного трёхмерного представления, так и прямой передачи в гидродинамический симулятор.

Изложенные теоретические положения являются непосредственной основой для параграфа 2.3 диссертационного исследования, посвящённого методу формирования замкнутых трёхмерных тел водоносных горизонтов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирюхин В.А., Коротков А.И., Павлов А.Н. Гидрогеология. — М.: Недра, 1988. — 360 с.
2. Anderson M.P., Woessner W.W., Hunt R.J. Applied Groundwater Modeling. — 2nd ed. — Academic Press, 2015. — 564 p.
3. Mallet J.-L. Geomodeling. — Oxford University Press, 2002. — 599 p.
4. Turner A.K. Three-dimensional modeling with geoscientific information systems. — Springer, 1992. — 443 p.
5. Requicha A.A.G. Representations for rigid solids: Theory, methods, and systems // ACM Computing Surveys. — 1980. — Vol. 12, No. 4. — P. 437–464.
7. Hoffmann C.M. Geometric and Solid Modeling: An Introduction. — Morgan Kaufmann, 1989. — 338 p.
8. Mantyla M. An Introduction to Solid Modeling. — Computer Science Press, 1988. — 401 p.
9. Euler L. Elementa doctrinae solidorum // Novi Commentarii Academiae Petropolitanae. — 1758. — Vol. 4. — P. 109–140.
10. Kettner L. Using generic programming for designing a data structure for polyhedral surfaces // Computational Geometry. — 1999. — Vol. 13, No. 1. — P. 65–90.
11. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book. — 2nd ed. — Springer, 1997. — 646 p.
12. Caumon G., Collon-Drouaillet P. et al. Surface-Based 3D Modeling of Geological Structures // Mathematical Geosciences. — 2009. — Vol. 41. — P. 927–945.
13. Preparata F.P., Shamos M.I. Computational Geometry: An Introduction. — Springer, 1985. — 398 p.
14. Laidlaw D.H., Trumbore W.B., Hughes J.F. Constructive solid geometry for polyhedral objects // ACM SIGGRAPH. — 1986. — P. 161–170.
15. Bernstein G., Fussell D. Fast, exact, linear booleans // Symposium on Geometry Processing. — 2009. — P. 1269–1278.
16. Fabri A., Pion S. CGAL: The Computational Geometry Algorithms Library // Proc. 17th ACM SIGSPATIAL. — 2009.
17. Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F. Computer Graphics: Principles and Practice. — 2nd ed. — Addison-Wesley, 1996. — 1174 p.

ISSN 3030-3907

18. Harbaugh A.W. MODFLOW-2005. — USGS Techniques and Methods 6-A16. — 2005.
19. Meagher D. Geometric modeling using octree encoding // Computer Graphics and Image Processing. — 1982. — Vol. 19. — P. 129–147.
20. Langevin C.D. et al. MODFLOW 6: Modular Hydrologic Model. — USGS Techniques and Methods 6-A55. — 2017.
21. Diersch H.-J.G. FEFLOW: Finite Element Modeling of Flow, Mass and Heat Transport. — Springer, 2014. — 996 p.
22. Cowan E.J. et al. Practical implicit geological modelling // 5th Int. Mining Geology Conf. — AusIMM, 2003.
23. Hillier M.J. et al. 3D Modelling of Geological Surfaces Using Generalized Interpolation with RBF // Mathematical Geosciences. — 2014. — Vol. 46. — P. 931–953.
24. Aug C. et al. 3D geological modelling and uncertainty: The potential-field method // Geostatistics Banff 2004. — Springer, 2005. — P. 145–154.
25. Lorensen W.E., Cline H.E. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm // ACM SIGGRAPH. — 1987. — Vol. 21. — P. 163–169.
26. Ju T., Losasso F., Schaefer S., Warren J. Dual contouring of hermite data // ACM SIGGRAPH. — 2002. — P. 339–346.
27. Leapfrog Geo Technical Documentation. — Seequent Ltd., 2023.
28. Berg R.C. et al. Synopsis of Current 3D Geological Mapping and Modeling. — Illinois State Geological Survey Circular 578. — 2011.
29. Bischoff S., Kobbelt L. Structure preserving CAD model repair // Computer Graphics Forum. — 2005. — Vol. 24. — P. 527–536.

ISSN 3030-3907