ISNN 3030-3907

2026/4
VOLUME 10

DEVELOPMENT OF SCIENCE

ILMIY JURNAL



Development of science

Ilmiy jurnal

2026/4 VOLUME 10

ISSN 3030 -3907

Ilmiy jurnal OAK rayosatining 2024 yil 27 sentabrdagi 361-son qaroriga asosan 02.00.00 kimyo fanlari hamda 2025 yil 12 fevral 367- son qaroriga asosan 05.00.00 texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) va fan doktori (DSc) ilmiy darajasiga talabgorlarning dissertatsiya ishlari yuzasidan dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR:
Temirov Alisher Hoshim o‘g‘li – texnika fanlari falsafa doktori (PhD),Dotsent.
TAHRIRIYAT KENGASH RAISI:
Fozilov Sadriddin Fayzullayevich – texnika fanlari doktori, professor
TAHRIRIYAT KENGASH A’ZOLARI

TEXNIKA FANLARI/ TECHNICAL SCIENCES/ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bozorov G‘ayrat Rashidovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Abdurahmonov Olim Rustamovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Adizov Bobur Zamirovich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti, professor
Hayitov Ruslan Rustamjonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Jumayev Qayum Karimovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Berdiyev Dorob Murodovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor
Maxmudov Rafiq Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Tilloyev Lochin Ismatilloyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Raxmonov Qahramon Sanakulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Barakayev Nusratullo Rajabovich
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti, professor.
Jo‘rayev Xayrullo Fayziyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Panoyev Erali Rajabboyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Ataullayev Sherzod Nabiullyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Malik Negmurodovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Axmedova Ozoda Bahronovna
Islom Karimov nomidagi Toshkent Davlat Texnika Universiteti.
Safarov Bahri Jumayevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Xaydarov Axtam Amonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Safarov Jasur Alijon o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Асадова Раъно Дилмуратовна
Тошкент Давлат техника университети доценти

KIMYO FANLARI/ CHEMICAL SCIENCES/ ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Axmedov Voxid Nizomovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Umarov Baqo Bafoyevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Kodirov Abduaxad Abduraximovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Qurbonov Mingniqul Jumagulovich
Qarshi davlat Universiteti, dotsent
Turemuratov Sharibay Naurizbaevich
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Qoraqalpog‘iston bo‘limi Bosh ilmiy kotibi, professor
Tursunov Kaxor Shonazarovich
Qarshi davlat Universiteti, professor
Do‘stov Hamro
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor
Panoyev Nodir Shavkatovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Olimov Bobur Bahodir o‘g‘li
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Kasimov Sherzod Abduazimovich
Termiz Davlat Universiteti, professor.
Aliqulov Rustam Valiyevich
Termiz Davlat Universiteti, professor
Tropov Xamza Tursunovich
Samarqand Davlat Universiteti, professor

IQTISODIYOT FANLARI/ ECONOMICS/ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Nizamov Aslitdin Badreddinovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Boboyev Akmal Choriyevich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Ergashxojayeva Shaxnoza Djasurovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Saidaxmedova Nodira Ilxomovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, professor
Muxsinov Bekzod Toxirovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shakarov Qulmat Ashirovich
Renessans ta'lim universiteti,dotsent.
Jumaeva Zulfiya Qayumovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Norova Salomat Yusupovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Avezova Shaxnoza Maxmudjonovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Jalilov Jamshid G‘anijonovich
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti, dotsent
Xasanova Gulruh Djumanazarovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.

PEDAGOGIKA FANLARI/ PEDAGOGICAL SCIENCES / ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Siddiqova Sadoqat G‘afforovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Zoyirov Erkin Xalilovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, DSc, professor
Gaffarov Feruz Hasanovich
Puchon Universiteti, *professor*
Ruziyev Davron Yuldashevich
Buxoro Davlat Universiteti, professor
Muradova Firuza Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Yunusova Gulandon Samiyevna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
To‘xtayeva Zebo Sharifovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, professor.
Navro‘zova Gulchixra Nigmatovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Uzoqova Laylo Polvonovna
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.
To‘raqulova Marjona Qiyom qizi
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Muradova Zarina Rashidovna
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Murodov Sanjar Aslonovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent.
Shodiyev Jahongir Jo‘raqulovich
Buxoro Davlat Texnika Universiteti, dotsent
Gaffarov Laziz Hasanovich
Buxoro muhandislik – texnologiya instituti, dotsent.

Tahririyat a’zolarning to‘liq ro‘yxati jurnalning www.devos.uz saytida keltirilgan.

Tahririyat hay’ati a’zolarining tarkibini o‘zgartirish hamda qo‘shimcha kiritish yoki tahririyat a’zoligidan chiqarish bosh muharrir tomonidan amalga oshiriladi.

ISSN 3030-3907

Development of science ilmiy jurnali 2024 yil 15 aprel kuni №256445 sonli guvohnoma bilan Davlat ro‘yxatidan o‘tgan.

To‘plam elektron ko‘rinishda (pdf formatida) mualliflarga taqdim etiladi. To‘plamga kiritiladigan maqolalarning mazmuni, ulardagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligiga hamda har qanday fikr - mulohazalarga mualliflarning o‘zlari mas’ul hisoblanadilar. Talablarga javob bermaydigan maqolalar to‘plamga kiritilmaydi. Tashkiliy qo‘mita maqola matnini qisqartirish, qisman tuzatish kiritish, seksiyalarga joylashtirish huquqiga ega.

ISSN 3030-3907

FRAKSIONAL (KASR TARTIBLI) DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI MATERIALLARNING YOPISHQOQ-ELASTIKLIK (VISCOELASTICITY) VA RELAKSATSIYA JARAYONLARIGA TATBIQ ETISH

Sangirov Abdujalil Tumanovich
TKTI Yangiyer filiali Avtomatika va texnologik jarayonlar kafedrasi o‘qituvchisi
E-mail: sangirovabdujalil@gmail.com
Maxmanazarov Sardor Toirjon o‘g‘li
TKTI Yangiyer filiali Texnologik mashinalar va jihozlar yo‘nalishi II kurs talabasi
E-mail: sardormaxmanazarov@icloud.com
Xolmurodov Og‘abek Toshbolta o‘g‘li
TKTI Yangiyer filiali Texnologik mashinalar va jihozlar yo‘nalishi II kurs talabasi
E-mail: ogabekx395@gmail.com
Saydullayev Asadbek Xayrullo o‘g‘li
TKTI Yangiyer filiali Kompyuter injiniringi yo‘nalishi I kurs talabasi
E-mail: asadbeksaydullayev388@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada materiallarning yopishqoq-elastiklik va relaksatsiya jarayonlarini modellashtirishda kasr tartibli differensial tenglamalarni qo‘llash masalalari ko‘rib chiqiladi. An’anaviy butun tartibli modellar ko‘pincha murakkab materiallarning xatti-harakatlarini to‘liq aks ettira olmaydi. Kasr tartibli differensial tenglamalar materiallarning xotira xususiyatlarini va uzoq muddatli ta’sirlarni hisobga olgan holda aniqroq va moslashuvchan yondashuvni ta’minlaydi. Tadqiqot ushbu tenglamalarning eksperimental ma’lumotlarga mos kelishini yaxshilash va real jarayonlarni samaraliroq tavsiflash imkoniyatlarini tahlil qiladi.

Kalit so‘zlar: Kasr tartibli differensial tenglamalar, Yopishqoq-elastiklik, Relaksatsiya jarayonlari, Materiallarshunoslik, Matematik modellashtirish, Fraksional hisoblash, Xotira effektlari.

Abstract. This article explores the application of fractional differential equations in modeling the viscoelasticity and relaxation processes of materials. Traditional integer-order models often fall short in accurately representing the complex behaviors of various materials. Fractional differential equations offer a more precise and flexible framework, effectively capturing the memory effects and long-term influences inherent in material responses. The study analyzes the potential of

ISSN 3030-3907

these equations to improve the fit with experimental data and provide a more effective description of real-world phenomena.

Keywords: Fractional differential equations, Viscoelasticity, Relaxation processes, Materials science, Mathematical modeling, Fractional calculus, Memory effects, Rheology.

Аннотация. В данной статье рассматривается применение дробных дифференциальных уравнений для моделирования вязкоупругости и процессов релаксации материалов. Традиционные модели целого порядка часто оказываются недостаточными для точного описания сложного поведения различных материалов. Дробные дифференциальные уравнения предлагают более точную и гибкую основу, эффективно учитывая эффекты памяти и долгосрочные воздействия, присущие откликам материалов. Исследование анализирует потенциал этих уравнений для улучшения соответствия экспериментальным данным и обеспечения более эффективного описания реальных явлений.

Ключевые слова: Дробные дифференциальные уравнения, Вязкоупругость, Процессы релаксации, Материаловедение, Математическое моделирование, Дробное исчисление, Эффекты памяти, Реология.

KIRISH.

Materiallarning mexanik xususiyatlarini tushunish va modellashtirish muhandislik va texnologiyaning ko‘plab sohalarida hal qiluvchi ahamiyatga ega. Yopishqoq-elastik materiallar, o‘zlarining vaqtga bog‘liq deformatsiya va kuchlanish xususiyatlari bilan, an’anaviy elastiklik yoki yopishqoqlik nazariyalari doirasida to‘liq tavsiflash qiyin bo‘lgan murakkab dinamikani namoyish etadi. Ushbu materiallarning xatti-harakatlari, jumladan relaksatsiya va krip jarayonlari, materialning o‘tmishdagi yuklanish tarixiga bog‘liq bo‘lgan “xotira” effektlarini o‘z ichiga oladi.

So‘nggi yillarda kasr tartibli differensial tenglamalar (KTT) ushbu murakkab hodisalarni modellashtirish uchun kuchli matematik vosita sifatida e’tirof etilmoqda. KTTlar, o‘zlarining integral-differensial tabiati tufayli, materiallarning xotira va non-lokal xususiyatlarini samaraliroq aks ettirish imkonini beradi, bu esa an’anaviy butun tartibli differensial tenglamalar (BTT) bilan erishish qiyin bo‘lgan aniqlikni ta’minlaydi. KTTlar murakkab dinamik tizimlarda tizim xatti-harakatining yanada nozik tasvirini taqdim etishi isbotlangan [1].

Yopishqoq-elastiklik sohasida KTT modellari materiallarning eksperimental ma’lumotlarini simulyatsiya qilishda BTT modellariga nisbatan yuqori aniqlikni namoyish etadi. Bu, ayniqsa, cheklangan eksperimental ma’lumotlar to‘plamlari bilan ishlashda va model parametrlarini aniqlashda soddalashtirilgan usullarni

ISSN 3030-3907

qo‘llashda muhim afzallik beradi. KTTlarning ushbu xususiyatlari ularni materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini, jumladan relaksatsiya va krip jarayonlarini yanada aniqroq va ishonchliroq modellashtirish uchun ideal vositaga aylantiradi.

Ushbu maqola materiallarning yopishqoq-elastiklik va relaksatsiya jarayonlarini modellashtirishda fraksional differensial tenglamalarning tatbiqini chuqur tahlil qilishga bag‘ishlangan. Maqolada KTTlarning asosiy tushunchalari, klassik yopishqoq-elastiklik nazariyasi, shuningdek, fraksional modellar, ularning eksperimental tasdiqlanishi va parametrlarini aniqlash usullari muhokama qilinadi. Yakunda, fraksional modellarning afzalliklari umumlashtirilib, kelajakdagi tadqiqot yo‘nalishlari belgilab beriladi.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR TAHLILI.

Materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini modellashtirishdagi adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, bu soha doimiy ravishda rivojlanib bormoqda, ayniqsa murakkab materiallar va jarayonlarning xatti-harakatlarini aniqroq tavsiflashga bo‘lgan ehtiyoj ortib bormoqda. An’anaviy yopishqoq-elastiklik nazariyasi, asosan, butun tartibli differensial tenglamalarga asoslangan bo‘lib, Maksvell, Kelvin-Voygt va Standart Chiziqli Qattiq (Zener) modellari kabi klassik konstitutiv tenglamalarni o‘z ichiga oladi. Ushbu modellar materiallarning oddiy relaksatsiya va krip jarayonlarini ma’lum darajada tavsiflashga qodir bo‘lsada, ularning cheklovlari mavjud. Xususan, ular ko‘pincha materiallarning keng vaqt yoki chastota diapazonlarida kuzatiladigan murakkab, kuch-darajali qonunlarga bo‘ysunuvchi xatti-harakatlarini, shuningdek, uzoq muddatli "xotira" effektlarini aniq aks ettira olmaydi. Klassik modellar ko‘pincha cheklangan sonli relaksatsiya yoki krip vaqtlarini o‘z ichiga oladi, bu esa real materiallarning uzluksiz va keng spektrli vaqtga bog‘liq javobini to‘liq qamrab olish uchun yetarli emas. Bu cheklovlar, ayniqsa, polimerlar, kompozitlar, biologik to‘qimalar va boshqa murakkab materiallarning xususiyatlarini tahlil qilishda yaqqol namoyon bo‘ladi.

So‘nggi o‘n yilliklarda, kasr tartibli differensial tenglamalar (KTT) materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini modellashtirish uchun kuchliroq va moslashuvchanroq vosita sifatida keng e’tirof etildi. KTTlarning asosiy afzalligi ularning integral-differensial tabiati bo‘lib, bu materiallarning “xotira” va “non-lokal” xususiyatlarini samaraliroq aks ettirish imkonini beradi. An’anaviy butun tartibli differensial tenglamalar (BTT) tizimning faqat joriy holatiga bog‘liq bo‘lgan lokal xatti-harakatini tavsiflasa, KTTlar tizimning butun o‘tmishdagi tarixini hisobga oladi. Bu xususiyat, ayniqsa, yopishqoq-elastik materiallarning relaksatsiya va krip jarayonlarida kuzatiladigan vaqtga bog‘liq javoblarni

ISSN 3030-3907

modellashtirishda juda muhimdir. KTTlar murakkab dinamik tizimlarda tizim xatti-harakatining yanada nozik tasvirini taqdim etishi isbotlangan.

KTTlarning yopishqoq-elastiklik nazariyasiga tatbiq etilishi 20-asrning o‘rtalaridan boshlangan bo‘lsa-da, ularning amaliy ahamiyati va tadqiqotlardagi faolligi 21-asrda sezilarli darajada oshdi. Fraksional Maksvell, Fraksional Kelvin-Voygt va Fraksional Standart Chiziqli Qattiq (Fraksional Zener) modellari kabi yangi konstitutiv tenglamalar ishlab chiqildi. Ushbu modellar klassik modellardagi butun tartibli hosilalar o‘rniga kasr tartibli hosilalarni o‘z ichiga oladi. Masalan, Fraksional Maksvell modeli elastik prujina va kasr tartibli yopishqoq element (yoki “spring-pot” elementi) ning ketma-ket ulanishidan iborat bo‘lib, materialning relaksatsiya jarayonini kuch-darajali qonun bo‘yicha tavsiflash imkonini beradi. Xuddi shunday, Fraksional Kelvin-Voygt modeli prujina va spring-pot elementining parallel ulanishini ifodalaydi va krip jarayonini aniqroq modellashtiradi. Bu fraksional element, ya’ni “spring-pot” yoki Nutting elementi, kasr tartibli hosila bilan bog‘liq bo‘lgan kuchlanish-deformatsiya munosabatini ifodalaydi va klassik elastiklik (nol tartibli hosila) va yopishqoqlik (birinchi tartibli hosila) o‘rtasidagi oraliq xatti-harakatni tavsiflaydi.

Fraksional modellar klassik modellarga nisbatan bir qator muhim afzalliklarga ega. Birinchidan, ular ko‘pincha kamroq model parametrlari bilan eksperimental ma’lumotlarga yuqori aniqlikda mos keladi. Bu, ayniqsa, materiallarning keng vaqt yoki chastota diapazonlarida kuzatiladigan murakkab javoblarini modellashtirishda muhimdir. Masalan, polimerlarning relaksatsiya moduli ko‘pincha logarifmik vaqt shkalasida kuch-darajali qonun bo‘yicha pasayadi, bu esa fraksional modellar tomonidan tabiiy ravishda tavsiflanadi. Ikkinchidan, fraksional tartib (odatda 0 va 1 orasidagi qiymat) materialning yopishqoq-elastik xususiyatlarining o‘ziga xos o‘lchovi sifatida qaralishi mumkin, bu materialning mikrostrukturasi va heterogenligi bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Bu parametr materialning elastiklikdan yopishqoqlikka o‘tish darajasini yoki relaksatsiya va krip jarayonlarining “tezligini” belgilaydi.

Fraksional modellarning eksperimental tasdiqlanishi va parametrlarini aniqlash usullari so‘nggi yillarda sezilarli rivojlanishga erishdi. Materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini aniqlash uchun krip, relaksatsiya, dinamik mexanik tahlil (DMA) va siklik yuklash-tushirish kabi turli xil eksperimental usullar qo‘llaniladi. Keyin, eksperimental ma’lumotlar fraksional konstitutiv tenglamalarga moslashtiriladi. Bu jarayon ko‘pincha optimallashtirish algoritmlarini, masalan, zarrachalar to‘dasi optimallashtirish (PSO) yoki genetik algoritmlarni talab qiladi, chunki fraksional tenglamalar odatda analitik yechimlarga ega emas. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, fraksional indeksli modellar

ISSN 3030-3907

eksperimental ma’lumotlarni simulyatsiya qilishda butun indeksli versiyalarga nisbatan yuqori aniqlikni namoyish etadi. Masalan, bir tadqiqotda, uzun tasodifiy henequen tolalari bilan mustahkamlangan epoksi-kompozit materialning bir o‘qli uch elementli yopishqoq-elastik konstitutiv modellarining parametrlarini aniqlashga e’tibor qaratilgan. Unda butun va kasr indeksli hosilalar qo‘llanilgan. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, ikkala turdagi modellar ham materialning yopishqoq-elastik xatti-harakatini muvaffaqiyatli aks ettirgan bo‘lsa-da, kasr indeksli versiya eksperimental ma’lumotlarni simulyatsiya qilishda yuqori aniqlikni namoyish etgan. Ushbu fraksional usul, cheklangan eksperimental ma’lumotlar to‘plamlari va oddiy amalga oshirish tartib-qoidalari yordamida konstantalarni aniqlash uchun yetarli deb topilgan. Bu, ayniqsa, murakkab materiallar bilan ishlashda va eksperimental resurslar cheklangan hollarda muhim afzallik beradi.

Fraksional tartibning fizik talqini hali ham tadqiqot mavzusi bo‘lib qolmoqda. Ba’zi olimlar uni materialning mikrostrukturaviy tartibsizligi, relaksatsiya vaqtlarining keng taqsimoti yoki material ichidagi energiya dissipatsiyasi mexanizmlari bilan bog‘lashadi. Masalan, polimerlarda fraksional tartib polimer zanjirlarining harakatchanligi va ularning atrof-muhit bilan o‘zaro ta’siri bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Biologik materiallarda esa bu parametr hujayra matritsasining murakkabligi va suyuqlik oqimi bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Fraksional tartibning aniq fizik ma’nosini tushunish, materiallarni loyihalash va ularning xususiyatlarini optimallashtirish uchun yangi imkoniyatlar ochishi mumkin.

Fraksional differensial tenglamalar nafaqat yopishqoq-elastiklikni, balki boshqa murakkab jarayonlarni ham modellashtirishda qo‘llanilmoqda. Bularga diffuziya, issiqlik o‘tkazuvchanligi, to‘lqin tarqalishi va boshqa transport hodisalari kiradi. Ular, shuningdek, nazorat nazariyasi va o‘yinlar nazariyasida ham qo‘llaniladi, bu yerda ular tizim xatti-harakatining yanada nozik tasvirini taqdim etadi. Materialshunoslikda, fraksional modellar materiallarning charchoqqa chidamliligi, shikastlanishning rivojlanishi va o‘z-o‘zini tiklash xususiyatlarini tahlil qilishda ham istiqbolli natijalar bermoqda. Bu, ayniqsa, uzoq muddatli xizmat ko‘rsatish muddati talab qilinadigan konstruksiyalarni loyihalashda muhimdir.

Shunga qaramay, fraksional modellarni qo‘llashda ba’zi qiyinchiliklar ham mavjud. Birinchidan, fraksional hosilalarni hisoblash va fraksional differensial tenglamalarni sonli usullarda yechish butun tartibli tenglamalarga nisbatan ancha murakkab va hisoblash resurslarini talab qiladi. Ikkinchidan, fraksional tartibning fizik talqini hali to‘liq aniqlanmaganligi, ba’zi muhandislar va materialshunoslar uchun ularni qo‘llashda ikkilanishlarga sabab bo‘lishi mumkin. Uchinchidan, turli xil fraksional hosila ta’riflari (masalan, Riemann-Liouville, Caputo, Grünwald-

ISSN 3030-3907

Letnikov) mavjud bo‘lib, ularni tanlash modelning natijalariga ta’sir qilishi mumkin. Shuning uchun, ma’lum bir muammo uchun eng mos ta’rifni tanlash muhimdir.

Kelajakdagi tadqiqotlar fraksional modellarning nazariy asoslarini yanada mustahkamlash, ularni murakkabroq materiallar (masalan, gibrid kompozitlar, metamateriallar) va ko‘p o‘lchovli stress holatlari uchun kengaytirish, shuningdek, ularni sonli yechish usullarini optimallashtirishga qaratilishi lozim. Shuningdek, fraksional tartibning mikrostrukturaviy va molekulyar darajadagi fizik ma’nosini chuqurroq tushunish, materiallarni loyihalashda KTTlarning to‘liq salohiyatini ochishga yordam beradi. Fraksional differensial tenglamalarning materiallarning yopishqoq-elastiklik va relaksatsiya jarayonlarini modellashtirishdagi ahamiyati shubhasizdir va bu soha kelajakda ham jadal rivojlanishda davom etadi.

TADQIQOT METODOLOGIYASI.

Ushbu tadqiqot materiallarning yopishqoq-elastiklik va relaksatsiya jarayonlarini fraksional (kasr tartibli) differensial tenglamalar (KTT) yordamida modellashtirishga qaratilgan bo‘lib, nazariy asoslarni, modellashtirish yondashuvlarini, eksperimental ma’lumotlarni yig‘ish va tahlil qilish usullarini, shuningdek, model parametrlarini aniqlash metodologiyasini o‘z ichiga oladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi – KTTlarning materiallarning murakkab, vaqtga bog‘liq xatti-harakatlarini, xususan, "xotira" effektlarini va non-lokal javoblarini qanchalik aniq va samarali tavsiflay olishini ko‘rsatishdir. Metodologiya klassik yopishqoq-elastiklik nazariyasining cheklovlarini bartaraf etishga qaratilgan bo‘lib, fraksional kalkulusning kuchli vositalaridan foydalangan holda yanada aniqroq va moslashuvchan modellar yaratishni nazarda tutadi.

Tadqiqotning nazariy asosi kasr tartibli differensial kalkulusga tayanadi. KTTlar materiallarning o‘tmishdagi yuklanish tarixiga bog‘liq bo‘lgan xotira effektlarini modellashtirish uchun noyob imkoniyatlarni taqdim etadi. Ushbu tadqiqotda bir nechta kasr tartibli hosila ta’riflari mavjud bo‘lsa-da (masalan, Riemann-Liouville, Caputo, Grünwald-Letnikov), fizik hodisalarni modellashtirishda Caputo ta’rifi ko‘pincha afzal ko‘riladi. Buning sababi, Caputo hosilasining boshlang‘ich shartlari an’anaviy butun tartibli hosilalardagi kabi aniq fizik ma’noga ega bo‘lib, bu materialning boshlang‘ich holatini aniq belgilash imkonini beradi. Caputo hosilasi quyidagi umumiy shaklda ifodalanadi:

$$D^{\propto}f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-a)}\int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau)d\tau,$$

bu yerda $n-1 < \alpha \leq n,\ \Gamma(n-a)$ – Gamma funksiyasi va $f^{(n)}(\tau) - f(\tau)$ funksiyasining n-chi tartibli hosilasi. Bu ta’rif, ayniqsa, materiallarning yopishqoq-

ISSN 3030-3907

elastik xususiyatlarini tavsiflovchi konstitutiv tenglamalarni shakllantirishda qulaydir, chunki u materialning boshlang‘ich deformatsiyasini yoki kuchlanishini aniq belgilashga imkon beradi. Fraksional hosila, shuningdek, “spring-pot” (yoki Nutting elementi) deb nomlanuvchi idealizatsiyalangan elementning matematik tavsifi sifatida ham qaraladi, bu element elastik prujina va yopishqoq dempfer o‘rtasidagi oraliq xatti-harakatni ifodalaydi. Ushbu elementning kuchlanish-deformatsiya munosabati kasr tartibli hosila orqali beriladi, bu esa materialning yopishqoq-elastiklik darajasini tavsiflovchi fraksional tartib parametrini kiritishga imkon beradi.

Tadqiqotda materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini modellashtirish uchun klassik Maksvell, Kelvin-Voygt va Standart Chiziqli Qattiq (Zener) modellarining fraksional versiyalari ishlab chiqiladi va tahlil qilinadi. Bu modellar klassik modellar asosida qurilgan bo‘lib, ulardagi butun tartibli hosilalar tegishli kasr tartibli hosilalar bilan almashtiriladi.

Fraksional Maksvell modeli: Bu model elastik prujina va kasr tartibli yopishqoq element (spring-pot) ning ketma-ket ulanishidan iborat. Uning konstitutiv tenglamasi materialning relaksatsiya jarayonini kuch-darajali qonun bo‘yicha tavsiflash imkonini beradi. Klassik Maksvell modeli eksponensial relaksatsiyani bashorat qilsa, fraksional versiya real materiallarda kuzatiladigan sekinroq, kuch-darajali relaksatsiyani aniqroq aks ettiradi.

Fraksional Kelvin-Voygt modeli: Bu model elastik prujina va kasr tartibli yopishqoq elementning parallel ulanishini ifodalaydi. U materialning krip jarayonini modellashtirishda qo‘llaniladi. Klassik Kelvin-Voygt modeli cheklangan kripni bashorat qilsa, fraksional versiya uzoq muddatli, kuch-darajali krip xatti-harakatini yanada aniqroq tavsiflaydi.

Fraksional Standart Chiziqli Qattiq (Zener) modeli: Bu model Maksvell va Kelvin-Voygt modellarining kombinatsiyasi bo‘lib, materiallarning qisqa va uzoq muddatli yopishqoq-elastik javoblarini tavsiflash uchun ishlatiladi. Fraksional Zener modeli uchta elementdan iborat bo‘lib, ikkita prujina va bitta spring-pot elementini o‘z ichiga oladi, bu esa materialning qisqa muddatli elastik javobi, relaksatsiya va krip jarayonlari o‘rtasidagi murakkab o‘zaro ta’sirlarni yanada to‘liqroq aks ettirishga imkon beradi.

Ushbu fraksional modellar, klassik modellar bilan solishtirganda, kamroq parametrlar bilan eksperimental ma’lumotlarga yuqori aniqlikda mos kelish qobiliyatiga ega. Fraksional tartib parametri (odatda 0 va 1 orasidagi qiymat) materialning elastiklikdan yopishqoqlikka o‘tish darajasini yoki relaksatsiya va krip jarayonlarining "tezligini" belgilovchi o‘ziga xos o‘lchov sifatida xizmat qiladi.

ISSN 3030-3907

Fraksional modellar parametrlarini aniqlash va ularning haqiqiyligini tasdiqlash uchun ishonchli eksperimental ma’lumotlar to‘plami zarur. Tadqiqotda materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlarini aniqlash uchun quyidagi standart eksperimental usullar qo‘llaniladi:

Krip testlari: Materialga doimiy kuchlanish (stress) qo‘llaniladi va vaqt o‘tishi bilan yuzaga keladigan deformatsiya (strain) o‘lchanadi. Bu testlar materialning uzoq muddatli yuk ostida qanday deformatsiyaga uchrashini tushunish uchun muhimdir.

Relaksatsiya testlari: Materialga doimiy deformatsiya qo‘llaniladi va vaqt o‘tishi bilan kuchlanishning pasayishi o‘lchanadi. Bu testlar materialning ichki kuchlanishlarni qanday tarqatishini ko‘rsatadi.

Dinamik mexanik tahlil (DMT): Materialga tebranuvchi (oscillatory) yuklanish qo‘llaniladi va uning javobi chastota funksiyasi sifatida o‘lchanadi. DMT yordamida saqlash moduli (storage modulus) va yo‘qotish moduli (loss modulus) aniqlanadi, bu esa materialning elastik va yopishqoq komponentlarini chastota diapazonida tavsiflaydi.

Siklik yuklash-tushirish testlari: Materialga takroriy yuklanish va tushirish sikllari qo‘llaniladi. Bu testlar materialning charchoqqa chidamliligi, energiya dissipatsiyasi va gisterezis xususiyatlarini baholashga imkon beradi.

Eksperimental ma’lumotlarni yig‘ishda harorat, namlik va yuklanish tezligi kabi atrof-muhit sharoitlarining qat’iy nazorat qilinishi muhimdir, chunki bu omillar materiallarning yopishqoq-elastik xususiyatlariga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi. Ma’lumotlar to‘plami modelning keng vaqt yoki chastota diapazonlarida ishlashini ta’minlash uchun yetarlicha keng bo‘lishi kerak. Yig‘ilgan xom ma’lumotlar keyinchalik shovqinni kamaytirish va boshlang‘ich chiziqni to‘g‘rilash kabi dastlabki ishlov berish jarayonlaridan o‘tkaziladi.

Fraksional konstitutiv modellar parametrlarini eksperimental ma’lumotlardan aniqlash “Teskari identifikatsiya usuli” (Inverse Method of Identification) orqali amalga oshiriladi. Bu usul modelning nazariy bashoratlari va eksperimental ma’lumotlar o‘rtasidagi farqni minimallashtiradigan parametrlar to‘plamini topishga asoslanadi. Jarayon quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

Xato funksiyasini shakllantirish: Modelning bashoratlari ($\sigma_{model}(t_i, P)$)va eksperimental ma’lumotlar ($\sigma_{exp}(t)$) o‘rtasidagi farqni o‘lchaydigan xato funksiyasi (E) aniqlanadi. Ko‘pincha eng kichik kvadratlar usuli (Least Squares Method) qo‘llaniladi:

$$E(P) = \sum_i [\sigma_{model}(t_i, P) - \sigma_{exp}(t_i)]^2$$

ISSN 3030-3907

bu yerda P – model parametrlarining vektori (masalan, elastik modullar, yopishqoqlik koeffitsientlari va fraksional tartiblar), t_i – eksperimental o‘lchov nuqtalari.

Optimallashtirish algoritmlarini qo‘llash: Fraksional differensial tenglamalar odatda analitik yechimlarga ega bo‘lmaganligi sababli, xato funksiyasini minimallashtirish uchun sonli optimallashtirish algoritmlari talab qilinadi. Ushbu tadqiqotda Zarrachalar To‘dasi Optimallashtirish (ZTO) (Particle Swarm Optimization – PSO) algoritmi asosiy vosita sifatida qo‘llaniladi. ZTO – bu tabiatdan ilhomlangan, global optimallashtirish algoritmi bo‘lib, u murakkab, ko‘p o‘lchovli va konveks bo‘lmagan muammolarni yechishda samarali hisoblanadi. Algoritmda har bir “zarracha” (model parametrlarining potensial yechimi) qidiruv fazosida harakatlanadi, o‘zining eng yaxshi topilgan pozitsiyasini (pbest) va to‘daning eng yaxshi topilgan pozitsiyasini (gbest) hisobga olgan holda tezligini yangilaydi. Bu jarayon xato funksiyasi minimallashtirilgunga qadar takrorlanadi. ZTO ning afzalliklari uning mustahkamligi, lokal minimumlarga tushib qolish ehtimolining kamligi va nisbatan tez konvergentsiyasidir. Shuningdek, genetik algoritmlar (GA) kabi boshqa evolyutsion optimallashtirish usullari ham qo‘llanilishi mumkin.

Parametr chegaralari va iteratsiya mezonlari: Optimallashtirish jarayonida har bir parametr uchun mantiqiy yuqori va pastki chegaralar belgilanadi (masalan, fraksional tartib 0 va 1 orasida bo‘lishi kerak, modullar musbat bo‘lishi kerak). Optimallashtirish jarayoni ma’lum bir iteratsiyalar soniga yetganda yoki xato funksiyasining qiymati belgilangan tolerantlikdan pastga tushganda to‘xtatiladi.

Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, fraksional indeksli modellar cheklangan eksperimental ma’lumotlar to‘plamlari bilan ishlashda ham butun indeksli versiyalarga nisbatan yuqori aniqlikni namoyish etadi. Bu, ayniqsa, murakkab materiallar bilan ishlashda va eksperimental resurslar cheklangan hollarda muhim afzallik beradi.

Fraksional konstitutiv tenglamalarni eksperimental ma’lumotlarga moslashtirish yoki ulardan foydalanib material xatti-harakatini bashorat qilish uchun fraksional differensial tenglamalarni sonli usullarda yechish zarur. Analitik yechimlar kamdan-kam hollarda mavjud bo‘lganligi sababli, samarali va barqaror sonli sxemalar ishlab chiqish muhimdir. Ushbu tadqiqotda quyidagi sonli yechish usullari ko‘rib chiqiladi:

Grünwald-Letnikov differensiallash ta’rifi asosidagi sonli sxemalar: Bu usul kasr tartibli hosilani bevosita chekli ayirmalar orqali yaqinlashtirishga asoslanadi. Uning afzalligi oddiyligi va har qanday kasr tartib uchun qo‘llanilishi

ISSN 3030-3907

mumkinligidir. Biroq, uning hisoblash murakkabligi yuqori bo‘lishi mumkin, chunki u o‘tmishdagi barcha nuqtalarni hisobga olishni talab qiladi.

Predictor-corrector usullari: Caputo hosilasi uchun Adams-Bashforth-Moulton tipidagi predictor-corrector usullari keng qo‘llaniladi. Bu usullar yuqori aniqlik va barqarorlikni ta’minlaydi, ayniqsa, Caputo hosilasining integral ta’rifidan kelib chiqadigan xotira effektlarini samarali boshqarishda.

Laplas transformatsiyasi domenidagi usullar: Ba’zi hollarda, fraksional differensial tenglamalar Laplas transformatsiyasi yordamida algebraik tenglamalarga aylantirilishi mumkin. Keyin, yechim teskari Laplas transformatsiyasi orqali sonli usullarda topiladi. Bu usul, ayniqsa, chiziqli fraksional modellar uchun samarali bo‘lishi mumkin.

Fraksional differensial tenglamalarni sonli yechishning asosiy qiyinchiligi ularning non-lokal tabiati bilan bog‘liq bo‘lib, bu har bir vaqt qadamida butun o‘tmishdagi tarixni hisobga olishni talab qiladi. Bu esa butun tartibli tenglamalarga nisbatan hisoblash resurslarining sezilarli darajada oshishiga olib keladi. Shuning uchun, hisoblash samaradorligini oshirish va xotira talablarini kamaytirish uchun optimallashtirilgan algoritmlar va dasturiy ta’minotlardan foydalanish muhimdir.

Statistik ko‘rsatkichlar: Modelning eksperimental ma’lumotlarga mos kelish darajasi R-kvadrat (R^2), o‘rtacha kvadratik xato (RMSE) va chi-kvadrat (χ^2) kabi statistik ko‘rsatkichlar yordamida baholanadi. Yuqori R^2 qiymati va past RMSE modelning yuqori aniqligini ko‘rsatadi.

Vizual taqqoslash: Model bashoratlari eksperimental ma’lumotlar bilan grafik shaklda taqqoslanadi. Bu modelning eksperimental egri chiziqlarni qanchalik yaxshi takrorlay olishini vizual ravishda baholashga imkon beradi.

Klassik modellar bilan taqqoslash: Fraksional modellar tomonidan erishilgan aniqlik va moslashuvchanlik klassik (butun tartibli) yopishqoq-elastik modellar bilan taqqoslanadi. Bu fraksional kalkulusning afzalliklarini aniq ko‘rsatishga yordam beradi.

Parametrlarning fizik talqini: Aniqlangan fraksional tartib parametrining (α yoki β) fizik ma’nosi tahlil qilinadi. Bu parametr materialning mikrostrukturaviy xususiyatlari, relaksatsiya vaqtlarining taqsimoti yoki energiya dissipatsiyasi mexanizmlari bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Masalan, α ning 0 ga yaqinlashishi ko‘proq elastik xatti-harakatni, 1 ga yaqinlashishi esa ko‘proq yopishqoq xatti-harakatni ko‘rsatishi mumkin. Bu talqin materialning xususiyatlarini chuqurroq tushunishga va uni loyihalashga yordam beradi.

Sezuvchanlik tahlili: Model parametrlarining, ayniqsa fraksional tartibning kichik o‘zgarishlari modelning javobiga qanday ta’sir qilishini o‘rganish uchun

ISSN 3030-3907

sezuvchanlik tahlili o‘tkaziladi. Bu modelning mustahkamligini baholashga yordam beradi.

Ushbu tadqiqotda qo‘llanilgan metodologiya bir qator afzalliklarga ega bo‘lsa-da, ba’zi cheklovlar ham mavjud. Birinchidan, fraksional differensial tenglamalarni sonli usullarda yechish va ularning parametrlarini optimallashtirish butun tartibli tenglamalarga nisbatan ancha murakkab va hisoblash resurslarini talab qiladi. Ikkinchidan, fraksional tartibning aniq fizik talqini hali to‘liq aniqlanmaganligi, ba’zi hollarda model natijalarini intuitiv tushunishni qiyinlashtirishi mumkin. Uchinchidan, turli xil fraksional hosila ta’riflarining mavjudligi va ularni tanlash model natijalariga ta’sir qilishi mumkinligi, ma’lum bir muammo uchun eng mos ta’rifni tanlashda qo‘shimcha tahlillarni talab qiladi.

Kelajakdagi tadqiqotlar ushbu cheklovlarni bartaraf etishga qaratilishi lozim. Bularga fraksional differensial tenglamalarni yechish uchun yanada samarali va tezkor sonli algoritmlarni ishlab chiqish, fraksional tartibning mikrostrukturaviy va molekulyar darajadagi fizik ma’nosini chuqurroq tushunish uchun eksperimental va nazariy tadqiqotlarni birlashtirish, shuningdek, fraksional modellarni murakkabroq materiallar (masalan, gibrid kompozitlar, metamateriallar) va ko‘p o‘lchovli stress holatlari uchun kengaytirish kiradi. Shuningdek, sun’iy intellekt va mashinani o‘rganish usullarini fraksional modellar bilan birlashtirish, parametr identifikatsiyasi va material xususiyatlarini bashorat qilishda yangi imkoniyatlar ochishi mumkin.

XULOSA.

Ushbu maqola materiallarning yopishqoq-elastiklik va relaksatsiya jarayonlarini modellashtirishda kasr tartibli differensial tenglamalarning (KTT) muhim rolini tahlil qildi. An’anaviy butun tartibli modellar murakkab materiallarning vaqtga bog‘liq “xotira” effektlari va non-lokal javoblarini to‘liq aks ettira olmasligini ko‘rsatdik. KTTlar esa o‘zlarining integral-differensial tabiati tufayli bu xususiyatlarni samaraliroq tavsiflaydi, jumladan, “spring-pot” elementi orqali elastiklik va yopishqoqlik o‘rtasidagi oraliq xatti-harakatni modellashtiradi. Fraksional Maksvell, Kelvin-Voygt va Zener modellari klassik versiyalarga nisbatan eksperimental ma’lumotlarga yuqori aniqlikda mos kelishini va kamroq parametrlar bilan material xatti-harakatini aniqroq bashorat qilishini ta’kidladik. Fraksional tartib materialning yopishqoq-elastik xususiyatlarining o‘ziga xos o‘lchovi bo‘lib xizmat qiladi. Kelajakda KTTlarni sonli yechish usullarini optimallashtirish va fraksional tartibning fizik ma’nosini chuqurroq tushunish materialshunoslikda yangi imkoniyatlar ochadi.

ISSN 3030-3907

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Xolmatov, A. A. (2023). Kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar va ularning yechish usullari. Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi, O‘zbekiston Milliy Universiteti. – https://library.nuuz.uz/dissertations/
2. Mamatqulov, M. M., Abdullaev, A. A., & Qodirov, M. E. (2022). Kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarning yechimlari. O‘zbekiston Matematika Jurnali, 2022(2), 34-48. – https://mathjournal.uz/archive/2022/2/
3. Rajabov, M. N., & Ergashev, J. E. (2021). Yopishqoq-elastik materiallarning relaksatsiya jarayonlarini kasr tartibli differensial tenglamalar yordamida modellashtirish. Matematika va Mexanikaning Dolzarb Muammolari (Respublika ilmiy-amaliy konferensiya materiallari), Toshkent, 2021, 123-127. – https://conf.tdtu.uz/proceedings/2021/
4. G‘ulomov, S. S., & Mirzayev, O. H. (2023). Kasr tartibli differensial tenglamalarni qo‘llash orqali polimer materiallarning mexanik xossalarini tahlil qilish. Toshkent Davlat Texnika Universiteti Ilmiy-texnika jurnali, 27(3), 89-95. – https://journals.tdtu.uz/technical/
5. Isroilov, I. A. (2020). Kasr tartibli differensial tenglamalar nazariyasi asoslari. Toshkent: Fan nashriyoti. – https://fan-nashriyoti.uz/books/2020/
6. Jo‘rayev, A. A., & Qurbonov, D. M. (2022). Kasr tartibli differensial tenglamalarning yopishqoq-elastiklik masalalariga tatbiqi. Samarqand Davlat Universiteti Ilmiy Axborotnomasi, 2022(4), 112-118. – https://scientific-bulletin.samdu.uz/archive/2022/4/
7. Karimova, Z. N. (2024). Yopishqoq-elastiklik modellarida kasr tartibli operatorlarning qo‘llanilishi. Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi, Toshkent Davlat Texnika Universiteti. – https://repository.tdtu.uz/dissertations/

ISSN 3030-3907