NOTEKS TARMOQ SIGMENTLARIDA BERILGAN GIDROGEOLOGIK MA'LUMOTLARNI TUGUN NUQTALARGA BOG'LIQ BO'LMAGAN SPLAYN ORQALI SONLI MODELLASHTIRISH.

Qobilov Sirojiddin Sherqulovich

Muhammad Al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti

E-mail: qobilov.sirojiddin92@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada gidrogeologik ma'lumotlarni tiklashda tugun nuqtalarga bog'liq bo'lmagan splayn funksiyasi asosida yangi yondashuv taklif etiladi. An'anaviy interpolatsiya usullari, xususan, chiziqli va IDW metodlarining cheklovlari hamda notekis taqsimlangan ma'lumotlarda yuzaga keladigan xatoliklari tahlil qilinadi. Taklif etilgan lokal kubik splayn modeli fazoviy noaniqliklarni kamaytirish va gidrogeologik sathlarni yuqori aniqlikda tiklash imkonini beradi. Tadqiqot davomida analitik funksiyalar va real gidrogeologik ma'lumotlar asosida eksperimentlar o'tkazildi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, splayn yondashuvi orqali tiklangan qiymatlar an'anaviy usullarga nisbatan sezilarli darajada aniqligi yuqori. Ushbu yondashuv gidrogeologik jarayonlarni modellashtirish, suv resurslarini boshqarish va anomal zonalarni aniqlashda samarali vosita bo'lib xizmat qilishi mumkin.

Kalit so'zlar: Gidrogeologik ma'lumotlar, splayn funksiyasi, interpolatsiya, lokal kubik splayn, IDW usuli, fazoviy modellashtirish, anomal zonalar, sonli tahlil.

Аннотация. В этой статье предлагается новый подход к восстановлению гидрогеологических данных, основанный на функции сплайнов, не зависящей от узловых точек. Анализируются ограничения традиционных методов интерполяции, особенно линейных методов и методов IDW, а также ошибки, возникающие при неравномерном распределении данных. Предлагаемая модель сплайнов локального Куба позволяет уменьшить пространственные неопределенности и восстановить гидрогеологические уровни с высоким разрешением. В ходе исследования проводились эксперименты на основе аналитических функций и реальных гидрогеологических данных. Результаты показали, что значения, восстановленные с помощью сплайнового подхода, имеют значительно более высокую точность по сравнению с традиционными методами. Этот подход может служить эффективным инструментом для моделирования гидрогеологических процессов, управления водными ресурсами и выявления аномальных зон.

Ключевые слова: гидрогеологические данные, функция сплайна, интерполяция, локальный кубический сплайнинг, метод IDW, пространственное моделирование, аномальные зоны, численный анализ.

Annotation. This article proposes a new approach to hydrogeological data recovery based on the splain function that is not dependent on node points. Traditional interpolation methods are analyzed, in particular, the limitations of linear and IDW methods and the errors that occur in unevenly distributed data. The proposed local cubic splain model allows for reduction of spatial uncertainties and restoration of hydrogeological levels at high resolution. During the study, experiments were carried out based on analytical functions and real hydrogeological data. The results showed that values recovered through the splain approach are significantly higher in accuracy compared to traditional methods. This approach can serve as an effective tool for modeling hydrogeological processes, managing water resources, and identifying anomalous zones.

Keywords: hydrogeological data, splain function, interpolation, local cubic splain, IDW method, spatial modeling, anomalous zones, numerical analysis.

Kirish

Gidrogeologik ma'lumotlar tabiiy jarayonlar va inson faoliyati — ya'ni tabiiy va antropogen omillar ta’sirida doimiy ravishda o‘zgarib boradi. Bu o‘zgarishlar, ayniqsa, yer osti suvlarining darajasi, oqimi va sifati kabi ko‘rsatkichlarda yaqqol namoyon bo‘ladi. Hududiy suv resurslarini samarali boshqarish va ulardan oqilona foydalanish uchun ushbu dinamik jarayonlarni muntazam tahlil qilib borish zarur. Xususan, mavsumiy va yillik dinamikani chuqur tahlil qilish, suv resurslaridan ilmiy asoslangan va ekologik jihatdan barqaror foydalanish strategiyalarini ishlab chiqishda muhim ilmiy-amaliy ahamiyat kasb etadi. Bir yil davomida yuz beradigan o‘zgarishlar esa nafaqat ekologik tizimlarga, balki hududning umumiy suv ta’minoti, qishloq xo‘jaligi ehtiyojlari, sanoat jarayonlari va aholining turmush darajasiga bevosita ta’sir ko‘rsatadi. Shu bois, bu jarayonlarni kuzatish va bashorat qilish zamonaviy gidrogeologik tadqiqotlarning dolzarb yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi [1].

Mazkur jarayonni to‘liq baholash uchun kuzatuv quduqlari va boshqa o‘lchov punktalaridan olingan gidrogeologik ma’lumotlarni fazoviy tahlil qilish talab etiladi. Bunda har bir nuqtadagi ma’lumotlarni umumlashtirish va ulardan butun hudud uchun sath modellarini qurish muhim vazifadir. Amaliyotda kuzatuv nuqtalari odatda hudud bo‘ylab notekis joylashgan bo‘lib, bu holat klassik interpolatsiya usullari uchun jiddiy muammo tug‘diradi. Chunki bunday usullar, ayniqsa chiziqli yoki oddiy geostatistik yondashuvlar, notekis taqsimlangan ma’lumotlarda yuqori xatoliklar keltirib chiqarishi mumkin. Bundan tashqari, fazoviy noaniqliklar, o‘lchov asboblarining aniqligi va inson omili kabi omillar ham hisobga olinishi zarur bo‘ladi. Shu sababli, ishonchli va fizik jihatdan

ISSN 3030-3907

asoslangan gidrogeologik model yaratish uchun lokal va moslashuvchan interpolatsiya usullarini qo‘llash eng maqbul yechim sifatida qaralmoqda [2,3].

Ushbu tadqiqotda notekis joylashgan kuzatuv nuqtalaridan olingan ma’lumotlar uchun lokal kubik splayn modeli taklif qilindi. Mazkur model fazoviy bog‘liqlik va ma’lumotlarning silliq taqsimotini ta’minlab, real gidrogeologik sharoitlarni aks ettiruvchi sath funksiyasini tiklash imkonini beradi. Taklif etilgan yondashuv yordamida kuzatuv quduqlaridan olingan ma’lumotlar asosida yahlit va aniq gidrogeologik model qurildi. Bundan tashqari, splayn yondashuvi nafaqat sathni yuqori aniqlikda tiklashga, balki hududdagi anomal zonalarni aniqlash, suv taqsimotidagi tafovutlarni vizual tahlil qilish va gidrogeologik jarayonlarni kompleks modellashtirish imkonini berdi. Olingan natijalar suv resurslarini boshqarish, ekologik monitoring va strategik rejalashtirishda samarali analitik vosita sifatida qo‘llanilishi mumkinligini isbotladi. Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan modelning umumiy ko‘rinishi ko‘ramiz[4,5].

Bikubik splayn modeli lokal kubik splayn yordamida ko‘rish uchun

$$\{x_i\}_{i=3}^{M-2} \qquad \text{va} \qquad \{y_j\}_{j=3}^{N-2}$$

Tugun nuqtalar berilgan va bu tugun nuqtalarda $f(x,y)$ funksiyaning qiymatlari $f_{i,j}=f(x_i,y_j),\ i=3,M-2,\quad i=3,M-2$ berilgan bo‘lsin va bu funksiyaga yaqinlashuvchi quyidagi $S(x,y)$ splayn funksiyani qaraymiz [6].

$$S(x,y)=\frac{4}{9}\sum_{i=3}^{M-2}\sum_{j=3}^{N-2} f_{ij}\cdot S_i(x)\cdot S_j(y) \qquad (1)$$

Bu yerda $S_i(x),\ S_j(y)$ funksiyalar, (1) da ko‘rsatilgan tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan holda qo‘rilgan lokal splaynlar.

$$\begin{aligned} S_{3,3}(x,y) &= \\ &= \Big\{\psi_1(t)\Big[\psi_1(u)f_{i-1,j-1}+\psi_2(u)f_{i-1,j}+\psi_3(u)f_{i-1,j+1}+\psi_4(u)f_{i-1,j+2}\Big]+ \\ &+\psi_2(t)\Big[\psi_1(u)f_{i,j-1}+\psi_2(u)f_{i,j}+\psi_3(u)f_{i,j+1}+\psi_4(u)f_{i,j+2}\Big]+ \\ &+\psi_3(t)\Big[\psi_1(u)f_{i+1,j-1}+\psi_2(u)f_{i+1,j}+\psi_3(u)f_{i+1,j+1}+\psi_4(u)f_{i+1,j+2}\Big]+ \\ &+\psi_4(t)\Big[\psi_1(u)f_{i+2,j-1}+\psi_2(u)f_{i+2,j}+\psi_3(u)f_{i+2,j+1}+\psi_4(u)f_{i+2,j+2}\Big]\Big\} \end{aligned} \qquad (2)$$

bu yerda:

$$t=\tfrac{x-x_i}{h},\ i=\overline{0,N-1},\ h=x_{i+1}-x_i,\ u=\tfrac{y-y_j}{l},\ j=\overline{0,M-1},\ l=y_{j+1}-y_j.$$

ISSN 3030-3907

$$\begin{cases} \psi_1(t)=\frac{1}{6}(1-t)^3 \\ \psi_2(t)=\frac{1}{6}(3t^3-6t^2+4) \\ \psi_3(t)=\frac{1}{6}(1+3t+3t^2-3t^3) \\ \psi_4(t)=\frac{1}{6}t^3 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} \psi_1(u)=\frac{1}{6}(1-u)^3 \\ \psi_2(u)=\frac{1}{6}(3u^3-6u^2+4) \\ \psi_3(u)=\frac{1}{6}(1+3u+3u^2-3u^3) \\ \psi_4(u)=\frac{1}{6}u^3 \end{cases}$$

Model (1)ning aniqligi va samaradorligini baholash maqsadida, maxsus tanlab olingan ikki o‘lchovli analitik funksiyaning matritsa shaklidagi qiymatlari asosida tiklash jarayoni amalga oshiriladi va natijalar boshqa yondashuvlar bilan taqqoslab tahlil qilinadi [7]. Bu bosqichda tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan ikki o‘lchovli splayn modeli uchun algoritm ishlab chiqiladi. Tanlangan funksiya qiymatlari tengmas oraliqli x va y o‘zgaruvchilar asosida jadval ko‘rinishida aniqlanadi. Avvalo, ushbu funksiyaning o‘zi ko‘rib chiqiladi.

$$f(x,y)=\cos(\pi x)\cdot e^{\left(-y^2\right)}\cdot|x-y|$$

bu yerda:

x = [-2.0, -1.3, -0.7, 0.0, 1.1, 2.0]

y = [-2.0, -1.4, -0.6, 0.3, 1.2, 2.0]

Python dasturida ushbu funksiyani jadval qiymatlarini hosil qilib so‘ngra ushbu jadval asosida grafik tasvirini hosil qilamiz [7,8].

x va y vektorlaridagi koordinatalar asosida ikki o‘lchovli to‘r koordinatalarini qaytaradi. X - har bir satr x ning nusxasi bo‘lgan matritsa va Y - har bir ustunining nusxasi bo‘lgan matritsa. X va Y koordinatalari bilan ifodalangan panjara uzunlik (y) qatorlar va uzunlik (x) ustunlariga ega[8,9].

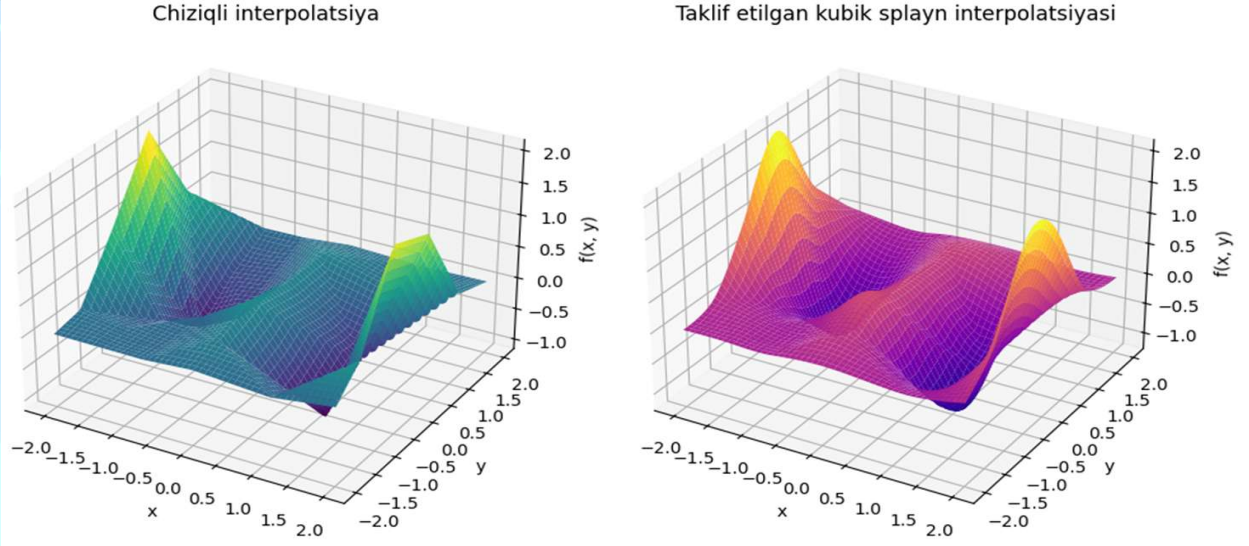
1-jadval.

Maxsus tanlab olingan ikki o‘zgaruvchili funksiyaning jadval qiymatlari

X/Y	-2,0	-1,3	-0,7	0,0	1,1	2,0
-2,0	*0,0000*	*-0,0075*	*-0,0139*	*0,0366*	*-0,0540*	*-0,0732*
-1,4	*0,08451*	*-0,0083*	*-0,0579*	*0,1972*	*-0,3349*	*-0,4789*
-0,6	*0,97675*	*-0,2870*	*-0,0410*	*0,4187*	*-1,1280*	*1,8139*
0,3	*2,1020*	*-0,8595*	*-0,5372*	*0,2742*	*-0,6953*	*1,5536*
1,2	*0,7582*	*-0,3481*	*-0,2646*	*0,2843*	*-0,0225*	*0,1895*
2,0	*0,0732*	*-0,0355*	*-0,0291*	*0,0366*	*-0,0156*	*0,0000*

Dastlab funksiya qiymatlarining grafik ko‘rinishini keltiramiz.

ISSN 3030-3907



1. Maxsus tanlab olingan ikki o‘lchovli funksiyaning matritsa qiymatlarining grafik ko‘rinishi

2. Tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan ikki o‘lchovli splayn modeli orqali 1-jadvalda berilgan funksiyaning matritsa qiymatalrini tiklash grafigi

Yuqoridagi tasvirlardan ham ko‘rinib turibdiki, splayn modeli orqali tiklangan funksiya grafigi asl qiymatga juda yaqin. Buni jadval ko‘rinishidagi solishtirma tahlili quyida 2-jadvalda keltirib o‘tamiz.

2-jadval.

Tanlangan funksiya va splayn modeli orqali tiklangan qiymatlarining solishtirma tahlil natijalari.

x	y	*f(x,y)*	Splayn	R = |f - S|
-2	*-2*	*0*	*0*	*0*
-1,3	*-2*	*-0,0075*	*-0,0072*	*0,0003*
-0,7	*-2*	*-0,014*	*-0,01421*	*0,00021*
0	*-2*	*0,0366*	*0,03593*	*0,00067*
1,1	*-2*	*-0,054*	*-0,05388*	*0,000121*
2	*-2*	*0,073*	*0,07229*	*0,00071*
-2	*-1,4*	*0,0845*	*0,08471*	*0,00021*
-1,3	*-1,4*	*-0,0083*	*-0,008*	*0,0003*
-0,7	*-1,4*	*-0,058*	*-0,0583*	*0,0003*
0	*-1,4*	*0,1972*	*0,197*	*0,0002*
1,1	*-1,4*	*-0,3349*	*-0,3351*	*0,0002*
2	*-1,4*	*0,4789*	*0,4791*	*0,0002*
-2	*-0,6*	*0,9767*	*0,97651*	*0,00019*
-1,3	*-0,6*	*-0,2871*	*-0,2869*	*0,0002*

ISSN 3030-3907

-0,7	*-0,6*	*-0,041*	*-0,0416*	*0,0006*
0	*-0,6*	*0,4186*	*0,4186*	*0*
1,1	*-0,6*	*-1,128*	*-1,1283*	*0,0003*
2	*-0,6*	*1,814*	*1,8137*	*0,0003*
-2	*0,3*	*2,102*	*2,1023*	*0,0003*
Max				*0,0007*

3-jadval.

Tanlangan funksiya qiymatlarini tiklashda absolyut, nisbiy xatoliklarini baholash

Nomi:	Δ_1	Δ_2
TNBB-splayn	0,00071	0,81%

bu yerda: Δ_1 – eng katta absolyut xatolik, Δ_2 – eng katta nisbiy xatolik. Jadvaldan ko‘rishimiz mumkinki tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan splayn modeli oldindan tanlab tengmas oraliqlarda berilgan ikki o‘lchovli funksiya qiymatlarini tiklashda yetarlicha aniqlikga ega.

Keying qadamda real obyekt ma’lumotlari olgan holda taklif etilayotgan splaym modeli orqali tiklash va sonli modellashtirish jarayonini ko‘rib chiqamiz. Buning uchun dastlab yuqidagi gidrogeologik ma’lumotlarning jadval qiymatlari berilgan bo‘lsin.

4-jadval.

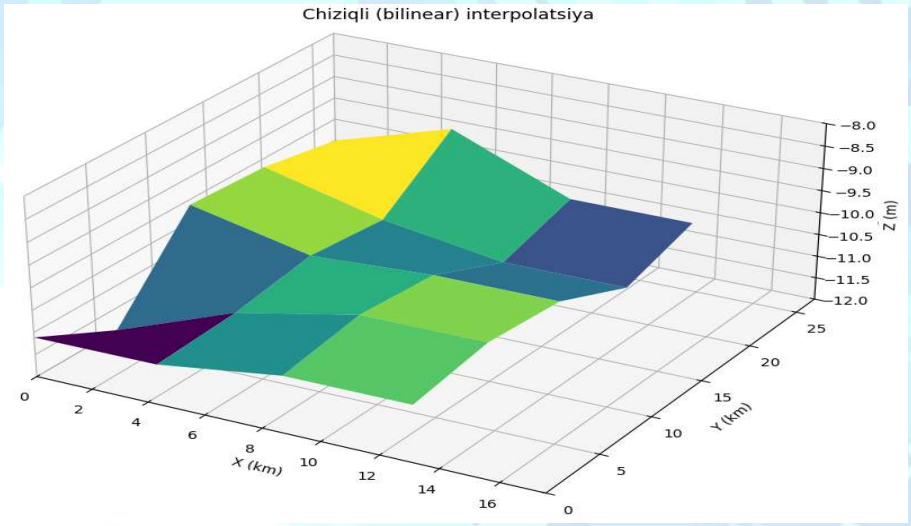
Ikki o‘lchamli gidrogeologik ma’lumotlar jadvali

Y \ X	**0.0**	**1.5**	**5.0**	**8.0**	**12.8**	**15.0**	**16.5**	**17.0**
0.0	-11.11	-12.60	-11.94	-9.42	-10.61	-10.51	-10.51	-10.51
4.5	-10.92	-11.46	-12.38	-10.16	-11.41	-9.68	-9.68	-9.68
7.0	-11.14	-10.70	-10.70	-10.31	-11.09	-9.71	-9.71	-9.71
16.0	-10.72	-10.57	-10.43	-10.64	-11.64	-10.80	-10.80	-10.80
22.5	-10.72	-10.57	-10.43	-10.64	-11.64	-10.80	-10.80	-10.80

Yuqorida berilgan ma’lumotlar jadvalini dastlab chiziqli tiklash ko‘ramiz va undan keyin sohada qo‘llanilayotgan an-anaviy usullar yordamida tiklab grafik xolatini taqdim etamiz undan so‘ng esa tadqiqot davomida tadqiq qilinayotgan splayn usuli orqali tiklaymiz. Bu yerda e’tibor berishimiz kerak bo‘lgan jihat shundaki obyekt ma’lumotlari tengmas intervallarrda olingan va bu jihat muammoga maxsus yondashuvlarni talab qiladi va aynan shuning uchun maxsus yo’l bilan qurilgan splayn usuli yordamida tiklash samarali usul sifatida qaralmoqda [10]. Sohada qo’llanilayotgan giostatistik usullardan eng samarali hisoblangan IDW usulida ham quyidagicha kamchilik mavjudligi aniqlangan, ya’ni

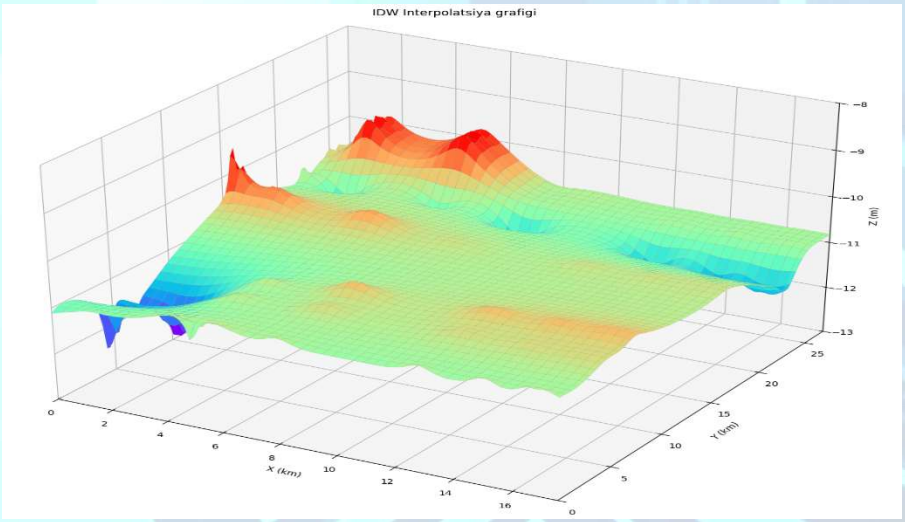
ISSN 3030-3907

tugun nuqtalar joylashuvi ma’lum chegaradan oshgandan keyin tiklash xatoligi keskin oshishi kuzatiladi va buni yuqoridagi jadval qiymatlarini tiklash jarayonida ham payqash qiyin emas [11,12]. Demak biz eksperimental ma’lumot sifatida olingan gidrogeologik ma’lumotlarni chiziqli interpolyatsiya, IDW va splayn usuli orqali tiklash jarayonini ham sonli ham grafik tahlili olib boramiz. Dastlab chiziqli usul orqali tiklasymiz



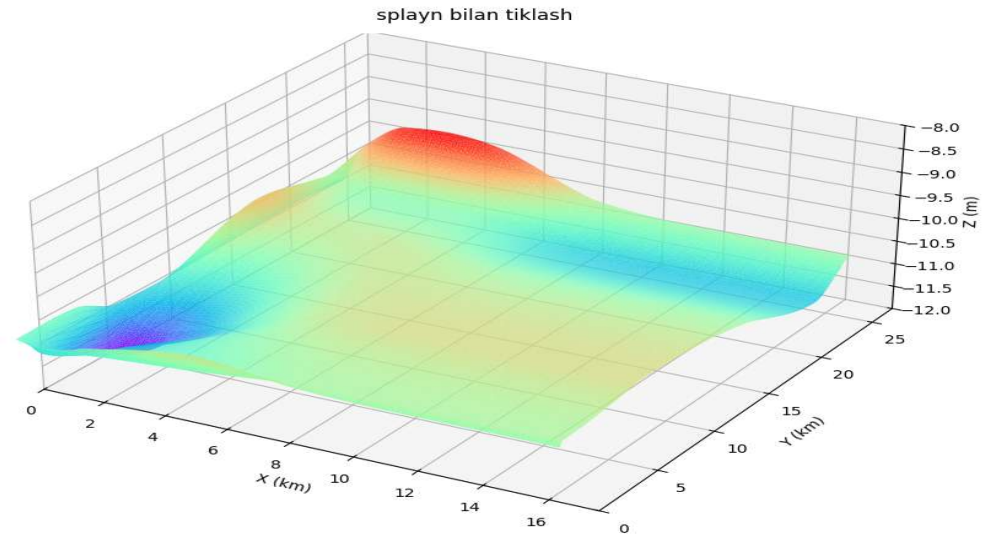
3-rasm. Eksperimental ma’lumotlarni chiziqli interpolyatsiya usuli orqali tiklash grafigi.

Keying qadamda IDW interpolyatsiya usuli orqali tiklash grafigini keltiramiz.



4-rasm. Eksperimental ma’lumotlarni IDW interpolyatsiya usuli orqali tiklash grafigi.

ISSN 3030-3907



5-rasm. Eksperimental ma'lumotlarni taklif etilayotgan splayn usuli orqali tiklash grafigi.

Grafik natijalarini aniqroq va to'liqroq tahlil qilish uchun quyida biz olingan natijalarning jadval ko'rinishidagi solishtirma tahlil natijalarini keltirib o'tamiz.

5-jadval

Eksperimental qiymatlarning tiklangan solishtirma tahlil natijalari

x	y	F(x,y)	IDW	Splayn	|f(x,y)-IDW|	|f(x,y)-Splayn|
0	0	-11,1102	-11,1102	-11,1973	0	0,0870
0	0,2727	-11,2003	-11,0604	-11,0744	0,1398	0,1258
0	0,5454	-11,2903	-11,0266	-11,434	0,263	0,1436
0	0,8181	-11,3804	-11,0155	-11,3382	0,3649	0,0421
0	1,0909	-11,4704	-11,0164	-11,5505	0,4540	0,0800
0	1,3636	-11,5605	-11,0258	-11,5057	0,5346	0,0548
0	1,6363	-11,6505	-11,043	-11,6517	0,6075	0,0011
0	1,9090	-11,7406	-11,0679	-11,743	0,6727	0,0023
0	2,1818	-11,8306	-11,1008	-11,7978	0,7297	0,0328
0	2,4545	-11,9207	-11,1423	-11,8304	0,7783	0,0902
0	2,7272	-12,0107	-11,1929	-11,9049	0,8178	0,1058
0	3	-12,1008	-11,2538	-12,1409	0,8469	0,0401
0	3,2727	-12,1909	-11,329	-12,3656	0,8618	0,1747
0	3,5454	-12,2809	-11,4302	-12,5925	0,8507	0,3115
0	3,8181	-12,371	-11,5929	-12,3256	0,7780	0,0454
0	4,0909	-12,461	-11,9131	-12,4833	0,5478	0,0222
0	4,3636	-12,5511	-12,4577	-12,6038	0,0933	0,0527
0	4,6363	-12,5602	-12,458	-12,5802	0,1022	0,0199
0	4,9090	-12,4884	-11,9269	-12,3852	0,5615	0,1032

ISSN 3030-3907

0	5,1818	-12,4167	-11,6507	-12,308	0,7659	0,1086
0	5,4545	-12,3449	-11,5601	-12,3339	0,7847	0,0109
0	5,7272	-12,2731	-11,5546	-12,289	0,7184	0,0158
0	6	-12,2014	-11,5913	-12,3294	0,6100	0,1280
Max					0,8618	0,3115

Olingan natijalarni quyidagicha tahlil qilsak bo‘ladi.

6-jadval.

Tanlangan eksperimental qiymatlarini tiklashda absolyut, nisbiy xatoliklarini baholash

Nomi:	Δ_1	Δ_2
IDW	0,8618	7,6%
splayn	0,3115	2,47%

bu yerda: Δ_1 – eng katta absolyut xatolik, Δ_2 – eng katta nisbiy xatolik. Jadvaldan ko‘rishimiz mumkinki tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan splayn modeli oldindan tanlab tengmas oraliqlarda berilgan ikki o‘lchovli gidrogeologik qiymatlarini tiklashda yetarlicha aniqlikga ega. Ya’ni IDW usuli orqali tiklangan qiymatning maksimal absolyut xatolikgi 0,8618 ga uning nisbiy xatoligi taxminan 7,6% ni tashkil etgan bo‘lsa, splayn usuli orqali aynan shu qiymatlar tiklanganda absolyut xatolik 0,3115 ga teng bo‘ldi va nisbiy xatolik esa qariyib 2,5% ga teng ekanligi aniqlandi bu esa splayn modeli orqali tiklangan natijalar IDW usuliga nisbatan 3 barobarga aniq ekanligini boshqacha qilib aytganda 5,1% ga yaxshi ekangilini ko‘rsatadi. Bu esa taklif etilayotgan modelning ishonchliligini va aniqliligini nomoyon qiladi va sohada qo‘llash yaxshi samara berishini isbotlaydi.

Xulosa

O‘tkazilgan tadqiqot natijalariga ko‘ra, tugun nuqtalarga bog‘liq bo‘lmagan lokal splayn funksiyasi asosida gidrogeologik ma’lumotlarni tiklash an’anaviy interpolatsiya usullariga nisbatan yuqori aniqlik va ishonchlilikni ta’minlashi isbotlandi. Chiziqli va IDW interpolatsiya usullari bilan solishtirganda, splayn modeli absolyut va nisbiy xatoliklarni sezilarli darajada kamaytiradi. Ayniqsa, notekis taqsimlangan va tengmas intervallarda olingan ma’lumotlar bilan ishlashda splayn yondashuvi o‘zining ustunliklarini namoyon etdi. Eksperimental natijalar shuni ko‘rsatdiki, splayn usuli orqali maksimal absolyut xatolik 0,3115 ni tashkil etib, IDW usulidagi xatolikdan uch barobarga kam bo‘ldi. Bu esa taklif etilayotgan modelning amaliy ahamiyatini oshiradi. Bundan tashqari, splayn modeli yordamida anomal hududlarni aniqlash, fazoviy tafovutlarni tahlil qilish va gidrogeologik jarayonlarni silliq tarzda modellashtirish imkoniyati yaratildi. Tadqiqot natijalari shuni anglatadiki, ushbu yondashuv suv resurslarini boshqarish, monitoring

ISSN 3030-3907

tizimlarini takomillashtirish va gidrogeologik tahlillarni yanada samarali olib borishda muhim vosita bo‘lib xizmat qilishi mumkin. Kelgusida bu modelni yanada rivojlantirish, katta hajmdagi ma’lumotlar bazasida sinovdan o‘tkazish va avtomatlashtirilgan tizimlarga integratsiya qilish rejalashtirilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

[1] Abdullayev B.D., Anarbekov O., B. Marti, Z. Umarova, T. Siegfried, Z.B. Dadajanova Enhanced system understanding through water balance modeling in transboundary aquifers- case study from the sokh aquifer in Central Asia // 2nd International Conference. ISARM 2021. P.78

[2] David O'Sullivan, David J. Unwin. Geographic Information Analysis Second Edition / John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey Published simultaneously in Canada. www.wiley.com/go/permissions.

[3] Webster, R., Oliver, M. A. Geostatistics for environmental scientists. John Wiley & Sons.

[4] Alberg J., Nilsson E., Walsh J. Spline theory and its applications. Moscow: Mir, 1972. – 316 p.

[5] Bahramov S.A., Jovliev S. Bicubic Splines in Problems of Modeling of Multidimensional Signal. “International journal of “the korea institute of maritime information/communication sciences”. Vol.9, No.4, 2011, p.420-423.

[6] Bakhromov S. A. Digital Processing of Signals Ryabenky Cubic Spline Model. *AIP Conference Proceedings* 2781, (2023). https://doi.org/10.1063/5.0145980

[7] Zaynidinov H.N., Bakhromov S.A., Azimov B.R., Kuchkarov M.A. Local Interpolation Bicubic Spline Method in Digital Processing of Geophysical Signals // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal. United states, Vol. 6, №. 1, 2021. – P. 487-492.

[8] Zaynidinov H.N., Bakhromov S.A., Azimov B.R., Sadritdinov N.H. Non-dependent cubic spline function and its use in digital processing of signs. " Chemical Technology, Control and Management: Vol. 2020: Iss. 5, Article 18. DOI: https://doi.org/10.34920/2020.5-6.94-103

[9] Baxromov S.A., Qobilov S.Sh., Моделирование Геофизических Сигналов С Помощью Интерполяционного Сплайна Высокого Степени. “Innovatsion Texnologiyalar: Ilmiy G‘oyalar va Ishlanmanalarni Amaliyotga Joriy Etish Masalalari Va Yechimlari” Mavzusidagi Xalqaro Qo‘shma Ilmiy-Amaliy Anjumani. Toshkent-2023. -C.113-117

[10] Zaynidinov H.N., Qobilov S.Sh. Splayn modellarning gidrogeologik ma’lumotlarni tiklashdagi ahamiyati va ularning samaradorligini baholash.

ISSN 3030-3907

Muhandislik va Iqtisodiyot ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik, fan va ta’limga oid ilmiy-amaliy jurnal. (2024-yil, noyabr. 4-son.)

[11] Зайнидинов Х.Н., Нурмуродов Ж.Н., Кобилов С.Ш., Гофуржонов М.Р. Моделирование теплового поля печатной платы методом сплайн-функций. Проблемы вычислительной и прикладной математики Спецвыпуск № 2/1(40) 2022

[12] Қобилов С.Ш. Тугун нуқталарга боғлиқ бўлмаган кўп ўлчовли сплайн модели ёрдамида геофизик сигналларга рақамли ишлов бериш. II-Международная Научная Конференция «Научные Основы Использования Информационных Технологий Нового Уровня И Современные Проблемы Автоматизации». ТАШКЕНТ 2023. -Б. 502-513.

ISSN 3030-3907